



Institut für Elektrische Messtechnik  
und Messsignalverarbeitung



## Elektrische Messtechnik, Labor

Messbrücken und Leistungsmessung

Studienassistentin/Studienassistent	Gruppe	Datum	Note
KERSCHBAUM D.	21	18.03.15	1

Nachname, Vorname

Matrikelnummer Email

**Beachten Sie bitte:** In gezeichneten Diagrammen sind die Kurvenverläufe und Achsen zu beschriften. Bei Formeln und Schaltungsskizzen müssen alle vorkommenden Größen benannt und beschrieben werden.

# Inhaltsverzeichnis

<b>I Gleichstrommessbrücke</b>	<b>1</b>
1 Berechnung der Brückenwiderstände aus den Geräteparametern	1
2 Bestimmung des Widerstandes im Abgleichverfahren	4
3 Bestimmung der Empfindlichkeit	6
4 Messung der Linearität im Ausschlagverfahren	9
<b>II Wechselstrommessbrücke</b>	<b>12</b>
5 Messung an Kondensatoren	12
6 Frequenzmessung	15
<b>III Leistungsmessung</b>	<b>18</b>
<b>IV Messunsicherheit</b>	<b>23</b>
8 Systematische Messabweichungen	23
9 Statistische Messabweichungen	27

# Teil I

## Gleichstrommessbrücke

### 1 Berechnung der Brückenwiderstände aus den Geräteparametern

#### 1.1 Aufgabenstellung

Schätzen Sie vorerst die Größenordnung des unbekannten Widerstands  $R_1$  mit einem Multi-  
meter ab und verwenden Sie anschließend diese Abschätzung zur Berechnung der maximal  
zulässigen Hilfsspannung  $U_{H,max}$ , wenn der Widerstand mit maximal 250 mW Verlustleistung  
abführen kann. Stellen Sie für die folgenden Messungen einen Wert für  $U_H$  ein, welcher deutlich  
unter dem Maximum liegt.

Bestimmen Sie mit Hilfe der Geräteparameter  $\Delta U_{0,min}$  des Nullinstrumentes, den kleinsten  
 $\Delta R$  des Abgleichwiderstandes  $R_4$ , den Wert der Brückenwiderstände  $R_2$  und  $R_3$  sowie den Wert  
des Abgleichwiderstandes  $R_4$ . Verwenden Sie hierfür die Widerstandsverhältnisse  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}$ .

#### 1.2 Schaltung

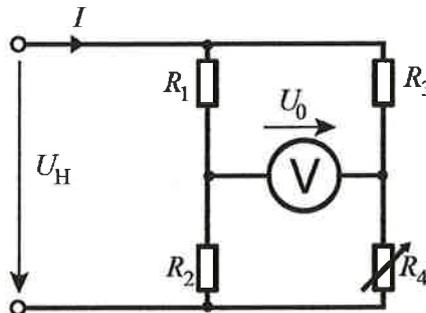


Abbildung 1: Wheatstone-Brücke.

#### 1.3 Messwerte und Tabellen

Tabelle 1: Eingestellte, gemessene und berechnete Werte.

Abgelesen		Geschätzt	Vorgabe			Berechnet				
$U_{0,min}$	$\Delta R_{4,min}$	$R_1$	$U_H$	$\frac{R_2}{R_1}$	$P_{max}$	$U_{H,max}$	$\frac{R_3}{R_4}$	$R_2$	$R_4$	$R_3$
mV	$\Omega$	k $\Omega$	V	1	W	V	1	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
0,1	1	1	5	1/2	0,25	15811	2	500	11111	22222
				1			1000	12500	25000	
				2			2000	11111	5555	

12500 ✓  
11,111 ✓

### 1.4 Formeln und Berechnungsbeispiele

Berechnung der maximal zulässigen Hilfsspannung  $U_{H,max}$

$$P_{max} = \frac{U_{H,max}^2}{R} \Rightarrow U_{H,max} = \sqrt{P_{max} \cdot R} \Rightarrow U_{H,max} = \sqrt{0,25 \text{ W} \cdot 1 \text{ k}\Omega} =$$

Abschätzung von  $R_1$  mit  $1 \text{ k}\Omega \approx 5 \sqrt{10} \text{ V} = \underline{\underline{15,8 \text{ M V}}}$

Berechnung des Widerstandsverhältnisses  $\frac{R_3}{R_4}$

aus  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$  folgt  $\Rightarrow \frac{R_3}{R_4}$   
 $\frac{R_3}{R_4} = 1, 1/2, 2, 1/4$

$U_{H,gew.} = \underline{5 \text{ V}}$

(Messwert Nr. 1)

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R_3}{R_4} = 2 \checkmark$$

Berechnung des Widerstands  $R_2$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow R_2 = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_3} \quad (\text{Messwert Nr. 1})$$

$$R_1 \text{ mit } 1 \text{ k}\Omega \Rightarrow R_2 = \frac{R_1}{2} = \frac{500 \Omega}{2} \approx \underline{\underline{250 \Omega}}_{\text{gew. } 470 \Omega}$$

Berechnung des Widerstands  $R_4$

$$\text{aus } \varepsilon = \left( \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)_{\min} \approx \frac{U_{0,\min}}{U_H} \left[ \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot \left( 1 + \frac{R_3}{R_4} \right) \right. \quad (\text{Messwert 1})$$

$$\left. + \frac{1}{R_0} \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_4 = \frac{U_H}{U_{0,\min}} \cdot \Delta R_4 \cdot \frac{1}{\left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot \left( 1 + \frac{R_3}{R_4} \right) + \frac{1}{R_0} \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)} =$$

$= 0 \text{ (da } R_0 \gg \text{)}$

$$\approx \frac{5 \text{ V}}{0,1 \text{ mV}} \cdot 1 \Omega \cdot \frac{1}{\left( 1 + \frac{250 \Omega}{1000 \Omega} \right) \cdot (1 + 2)} =$$

$$\Rightarrow R_4 = \underline{\underline{11,1 \text{ M}\Omega}} \Rightarrow R_3 = 2 \cdot R_4 = \underline{\underline{22,222 \text{ k}\Omega}}$$

Berechnung des Widerstands  $R_3$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow R_3 = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_4 = 2 \cdot R_4 = \underline{\underline{22,222 \text{ k}\Omega}}$$

(Messwert Nr. 1)

## 1.5 Geräteverzeichnis

Tabelle 2: Verwendete Geräte und deren Eigenschaften.

Gerät	Type	Eigenschaft/Beschreibung
Multimeter	FLUKE 75	0,1 mV $U_{0, \text{min}}$
Abgleichwiderstand	WIDERSTANDSDEK	1 $\Omega$ $\Delta R_{\text{min}}$
Spannungsquelle	HAMEG HM8040-3	—

## 1.6 Anmerkungen und Diskussion

Warum werden Messbrücken eingesetzt?

Messbrücken haben eine hohe Messgenauigkeit und sind ~~zu~~ (zumindest theoretisch) unabhängig von Abweichungen bzw. Unsicherheiten der Hilfsspannung. Außerdem kann die Messschaltung an die Messgröße ~~angepasst~~ und Messgeräte ~~angepasst~~ werden.

Warum ist nicht nur das Verhältnis von  $\frac{R_3}{R_4}$  für die Brücke relevant, sondern auch der absolute Wert der Widerstände?

Der absolute Wert von  $R_3$  und  $R_4$  bestimmt welchen Strom über den Zweig fließt. Der Spg-teiler ist theoretisch ~~immer~~ gleich jedoch ändert sich der ~~an~~ Temperaturdrift ~~an~~, evtl. die Stabilität der Hilfsspannung. Mit  $R_3/R_4$  sollte die Brücke so eingestellt werden, dass man bei einer Änderung einen möglichst kleinen Ausschlag am Messinstrument <sup>3</sup> ~~erhält~~ ~~erhält~~ vermindert, er sollte jedoch wahrnehmbar sein! ( $\Delta U_{0, \text{min}} = \underline{\underline{0,1 \text{ mV}}}$ )

Allgemeine Bemerkungen/Kommentare:

## 2 Bestimmung des Widerstandes im Abgleichverfahren

### 2.1 Aufgabenstellung

Gleichen Sie die Brücke mit den in Abschnitt 1 berechneten Werten ab und berechnen Sie den Widerstand  $R_1$ . Stellen Sie dabei  $R_3$  so ein, dass er dem errechneten Wert möglichst nahe kommt. Korrigieren Sie anschließend den berechneten Wert für  $R_1$  von den Zuleitungswiderständen  $R_Z$ . Diese können mit jeweils  $0.2\Omega$  angenommen werden.

### 2.2 Schaltung

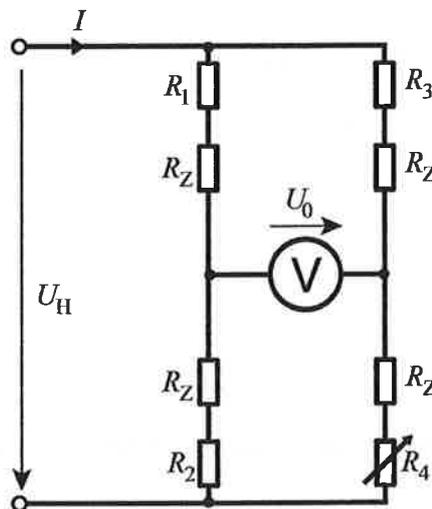


Abbildung 2: Wheatstone-Brücke mit Berücksichtigung der Leitungswiderstände  $R_Z$ .

## 2.3 Messwerte und Tabellen

Tabelle 3: Eingestellte, gemessene und berechnete Werte. (Aus zeitlichen Gründen kann  $U_0$  in Tabelle 4 gleich mitbestimmt werden.)

Messung	Eingestellt				Berechnet	
	$\frac{R_2}{R_1}$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_1$	$R_{1,\text{korr.}}$
-	1	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
1	$\frac{1}{2}$	470	22000	10014	<del>1032,55</del>	1032,8
2	1	<del>4700</del>	10000	9615	<del>1040,05</del>	1040,05
3	2	<del>4700</del> 1000	4700 2200	9929	1041,4	1041,3

## 2.4 Formeln und Berechnungsbeispiele

Berechnung von  $R_1$  bei abgeglicherer Brücke

(Messwert Nr. 1)

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad R_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4} = \underline{\underline{1032,55 \Omega}} \checkmark$$

Berechnung des korrigierten  $R_{1,\text{korr.}}$  bei abgeglicherer Brücke

$$\frac{R_1 + R_2}{R_2 + R_3} = \frac{R_3 + R_2}{R_4 + R_2} \Rightarrow R_1 = \frac{(R_2 + R_3) \cdot (R_3 + R_2) - R_2^2}{(R_4 + R_2)} \checkmark$$

$$= \underline{\underline{1032,8 \Omega}} \checkmark$$

$$(R_2 = 0,2 \Omega)$$

## 2.5 Geräteverzeichnis

Gleich wie in Abschnitt 1.5.

## 2.6 Anmerkungen und Diskussion

Allgemeine Bemerkungen/Kommentare:

## 3 Bestimmung der Empfindlichkeit

### 3.1 Aufgabenstellung

Die Empfindlichkeit der abgeglichenen Brücke soll messtechnisch bestimmt werden. Erweitern Sie dazu den Widerstand  $R_1$  um einen zusätzlichen Widerstand  $\Delta R_1$  im Bereich von  $5\ \Omega$  bis  $10\ \Omega$  für die drei Messungen in Tabelle 3. Berechnen Sie anschließend aus der Diagonalspannung  $U_0$  die Empfindlichkeit und aus dieser wiederum die kleinste erfassbare relative Widerstandsänderung  $\epsilon$ . Bestimmen Sie mit diesem Ergebnis die kleinste erfassbare absolute Widerstandsänderung  $\Delta R_{1,\min}$ .

### 3.2 Schaltung

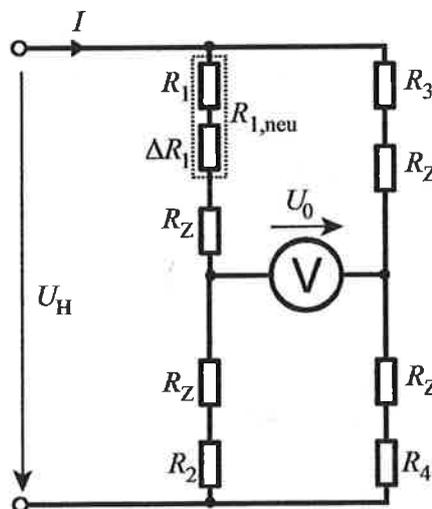


Abbildung 3: Wheatstone-Brücke zur Ermittlung der Empfindlichkeit.

### 3.3 Messwerte und Tabellen

Tabelle 4: Eingestellte, gemessene und berechnete Werte.

Messung	Eingestellt			Gemessen	Berechnet			
	$R_2$ $\Omega$	$R_3$ $\Omega$	$R_4$ $\Omega$	$U_0$ mV	$R_{1,neu}$ $\Omega$	$E$ V	$\epsilon$ %	$\Delta R_{1,min}$ $\Omega$
1	470	22000	10014	-5,2	10376	-1,079		-9,616 · 10 <sup>-2</sup>
2	1000	10000	9615	-6,1	1045,0	-1,275	-7,843 · 10 <sup>-3</sup>	-8,1096 · 10 <sup>-2</sup>
3	2200	4700	9929	-5,6	1046,4	-1,172	-8,532 · 10 <sup>-3</sup>	-8,978 · 10 <sup>-2</sup>

$-9,268 \cdot 10^{-3}$

### 3.4 Formeln und Berechnungsbeispiele

Berechnung der Empfindlichkeit  $E$

$R_{1,neu} = R_1 + 5\Omega$   $\Delta R_1 = 5\Omega$

$$E = \frac{U_0}{\frac{\Delta R_1}{R_1}} = \frac{-5,2 \text{ mV}}{\frac{5\Omega}{1037,6\Omega}} = -1,079 \text{ V} \checkmark$$

$$R_{1,neu} = R_1 + 5\Omega = 1032,6\Omega + 5\Omega = 1037,6\Omega \checkmark$$

(aus Tab.: 3 / Messwert 1)

Berechnung der kleinsten relativen Widerstandsänderung  $\epsilon$

(Messwert 1)

$$\epsilon = \frac{\Delta R_{1,min}}{R_{1,neu}} = \frac{U_{0,min}}{E}$$

$$= \frac{0,1 \text{ mV}}{-1,079 \text{ V}} = -0,09268\%$$

$$= -9,268 \cdot 10^{-3} \% \checkmark$$

$$\Rightarrow \Delta R_{1,min} = E \cdot R_{1,neu} = -9,616 \cdot 10^{-2} \Omega$$

Berechnung der kleinsten absoluten Widerstandsänderung  $\Delta R_{1,\min}$

$$\Delta R_{1,\min} = \epsilon \cdot R_{1,\text{neu}} = 9,268 \cdot 10^{-5} \cdot 1037,6 \Omega = \underline{\underline{119,616 \cdot 10^{-2} \Omega}} \quad \checkmark$$

### 3.5 Geräteverzeichnis

Zusätzlich zu den Geräten aus Abschnitt 1.5:

Tabelle 5: Verwendete Geräte und deren Eigenschaften.

Gerät	Type	Eigenschaft/Beschreibung
Voltmeter	FLUKE 75	$U_{0,\min} = 0,1 \text{ mV}$

### 3.6 Anmerkungen und Diskussion

Was ist der Unterschied zwischen einer Brücke im Abgleich- bzw. Ausschlagverfahren?

beim Abgleichverfahren beeinflussen Nichtlinearität des AT oder Schwankungen der Aufspannung das Ergebnis nicht, beim Ausschlagverfahren schon.

Was ist die Empfindlichkeit  $E$  und die Abgleichunsicherheit  $\epsilon$ ?

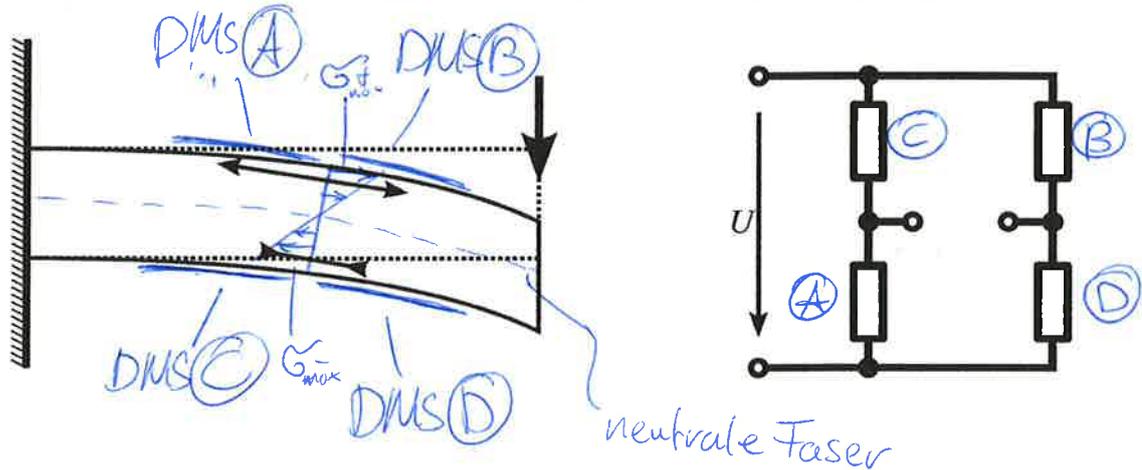
$E$ : beschreibt wie stark ein AT auf eine relative Widerstandsänderung reagiert

$\epsilon$ : beschreibt einen relativen Unsicherheitsraum der aufgrund einer Ansprechempfindlichkeit im Nullpunkt des AT vorhanden ist.

→ beschreibt wie genau man Brücke abgleichen

Es kann

**Bonusaufgabe** (nur bei ausreichender Zeit lösen) In der folgenden Skizze ist ein Biegebalken dargestellt. Zeichnen Sie vier Dehnmessstreifen in die Anordnung ein und beschreiben Sie deren Verschaltung in einer Vollbrücke sodass die Empfindlichkeit maximal wird. Beachten Sie, dass der Widerstandswert von Dehnmessstreifen mit zunehmender Dehnung steigt.



Allgemeine Bemerkungen/Kommentare:

~~keine~~ mit steigendem  $\epsilon$  erhöht sich der Widerstand des DMS durch Verlängerung des Leiterweges und Einschnürung des Leiterdurchmessers.  
(Verringerung)

## 4 Messung der Linearität im Ausschlagverfahren

### 4.1 Aufgabenstellung

Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen einer Widerstandsänderung von  $R_2$  und der Veränderung von  $U_0$  messtechnisch als auch rechnerisch. Gleichen Sie dafür die Brücke für  $R_2 = R_3 = R_4 = 1 \text{ k}\Omega$  mit dem Widerstand  $R_1$  ab. Messen Sie anschließend die Spannung  $U_0$  für alle verfügbaren Werte von  $R_2$  im Bereich von  $100 \Omega$  bis  $10\,000 \Omega$ . Berechnen Sie  $U_0$  für eine Messung auch aus den Brückendaten und vergleichen Sie das Ergebnis mit der Messung.

Stellen Sie den Zusammenhang  $U_0 = f(R_2)$  aus den Messdaten graphisch dar, wobei der Widerstand auf der Abszisse und die Spannung auf der Ordinate aufgetragen werden. Zeichnen Sie zusätzlich die Tangente im Abgleichpunkt ein.

### 4.2 Schaltung

Gleich wie in Abbildung 1, nur erfolgt der Abgleich mit  $R_1$  und der Widerstand  $R_2$  wird verändert.

### 4.3 Messwerte und Tabellen

Tabelle 6: Eingestellte, gemessene und berechnete Werte.

Eingestellt				Gemessen	Berechnet
$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$U_0$	$U_{0,ber}$
$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$	V	V
995 <del>9995</del> <del>1005</del>	100	1000	1000	-2,066	-2,045
	<del>2200</del>			-1,618	
	470			-0,903	
	1000			0	
	2200			0,943	
	4700			1,631	
	10000			2,057	

Nur 1 Wert berechnet!



### 4.4 Formeln und Berechnungsbeispiele

Berechnung von  $U_0$  aus den Brückendaten

$\Delta R_2 = R_{nachher} - R_{vorher}$   
 $\parallel$   
 $1000 \Omega$

$$U_0 = + U_H \cdot \frac{\frac{\Delta R_2}{R_2}}{2 \cdot \left(2 + \frac{\Delta R_2}{R_2}\right)}$$

$$\Rightarrow \Delta R_2 = 100 \Omega - 1000 \Omega = \underline{\underline{-900 \Omega}} \checkmark$$

$$\Rightarrow U_0 = 5V \cdot \frac{-\frac{900 \Omega}{1000 \Omega}}{2 \cdot \left(2 + \frac{-900 \Omega}{1000 \Omega}\right)} = \underline{\underline{-2,045 \Omega}} \checkmark$$

#### 4.5 Diagramme

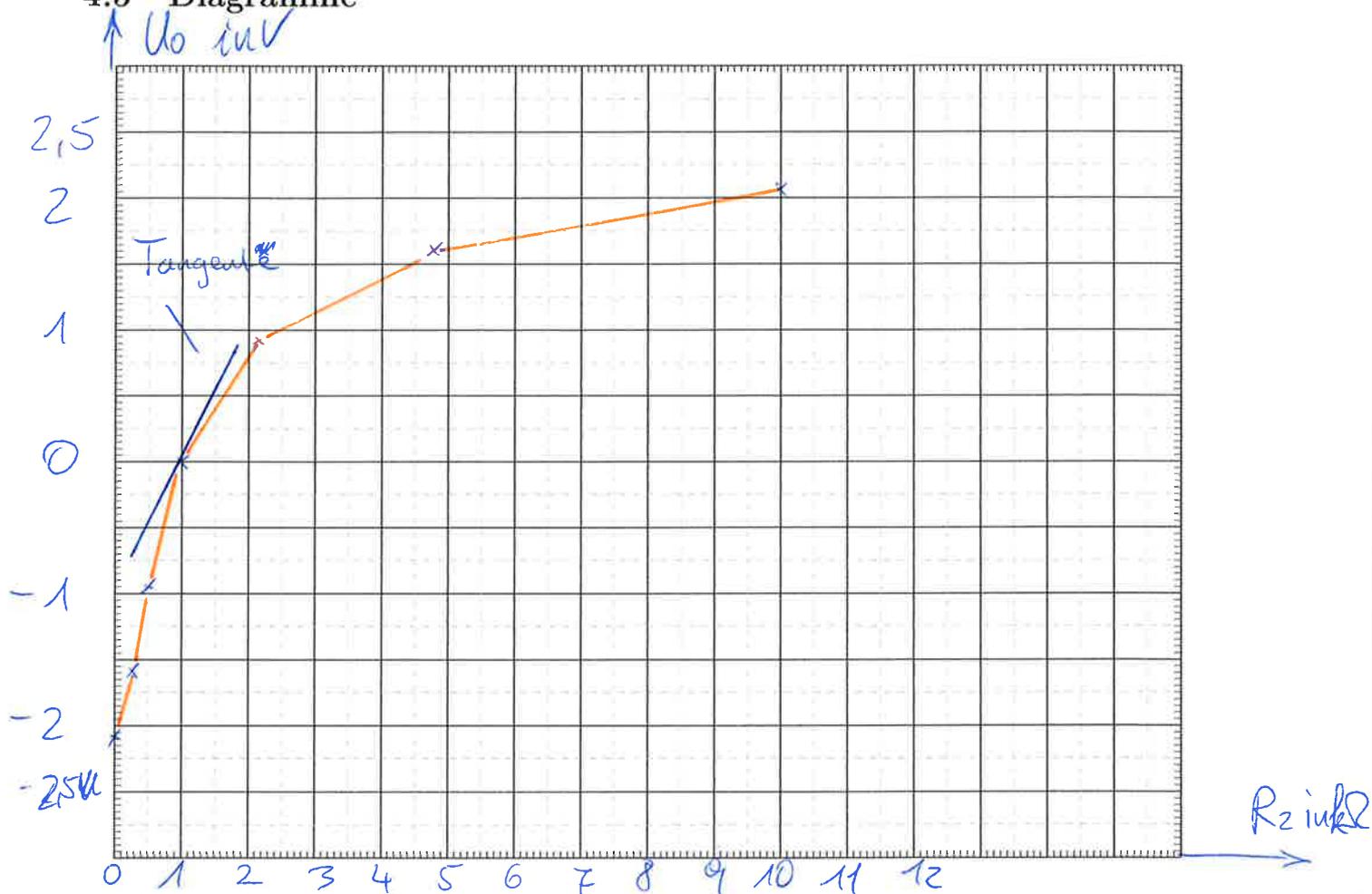


Abbildung 4: Verlauf der Spannung  $U_0$  als Funktion des Widerstandes  $R_2$  mit der Tangente im Abgleichpunkt. ✓

#### 4.6 Geräteverzeichnis

Siehe Tabelle 5.



#### 4.5 Diagramme

$\uparrow + U_0$  in V

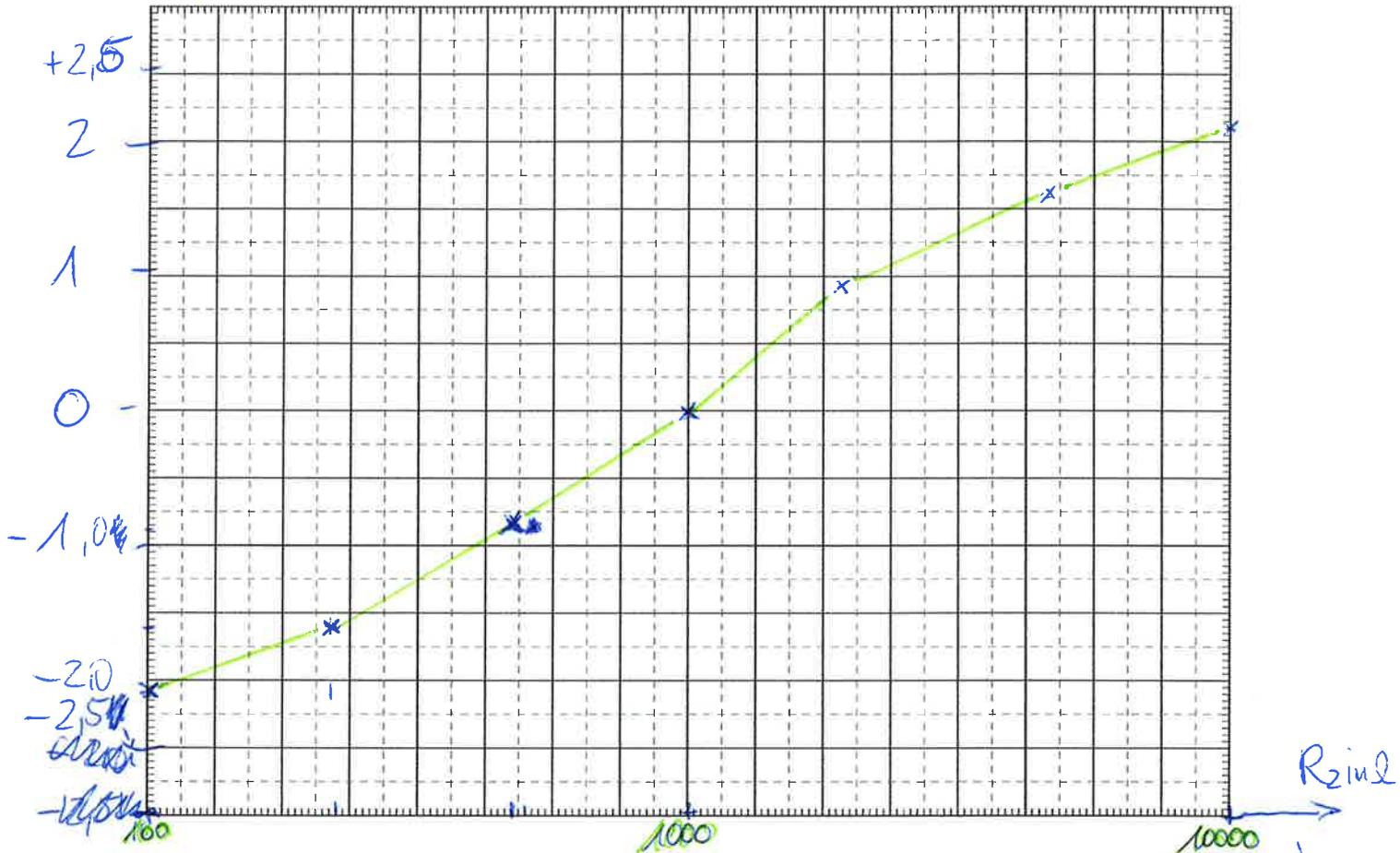


Abbildung 4: Verlauf der Spannung  $U_0$  als Funktion des Widerstandes  $R_2$  mit der Tangente im Abgleichpunkt.

#### 4.6 Geräteverzeichnis

Siehe Tabelle 5.

Abszisse logarithmisch

## 4.7 Anmerkungen und Diskussion

Wie kann die Tangente im Abgleichpunkt einer Brücke im Ausschlagverfahren interpretiert werden?

Die Steigung ist proportional zur Empfindlichkeit der Brücke  $e$  ✓

Allgemeine Bemerkungen/Kommentare:

## Teil II

# Wechselstrommessbrücke

## 5 Messung an Kondensatoren

### 5.1 Aufgabenstellung

Leiten Sie die Abgleichbedingung für eine Wien-Brücke zur Bestimmung einer RC Parallelschaltung ab. Setzen Sie dabei die Abgleichimpedanz  $Z_2$  ebenfalls als Parallelschaltung an. Verwenden Sie ein Oszilloskop als Nullindikator.

Verlegen Sie den Abgleichwiderstand an die Position von  $R_3$  und führen Sie den Abgleich erneut durch (Abgleichkondensator  $C_2$  und Abgleichwiderstand  $R_3$ ). Für die zweite Abgleichmethode soll ein schematisches Zeigerdiagramm erstellt werden.

## 5.2 Schaltung

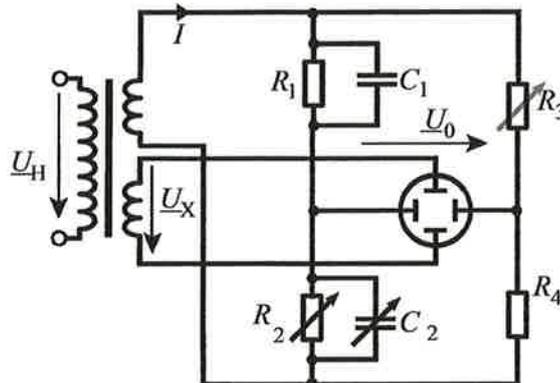


Abbildung 5: Wien-Brücke mit den Abgleichelementen  $C_2$  und  $R_2$  für die erste Abgleichmethode und  $C_2$  und  $R_3$  für die zweite Abgleichmethode.

## 5.3 Messwerte und Tabellen

$U_{\text{eff}} = U_{\text{H,MAX}} = 15,8 \text{ mV}$   
 $\Rightarrow U_{\text{ss,max}} = \sqrt{2} \cdot U_{\text{eff,max}} = 22,36 \text{ V}$   
 $U_{\text{ss}} = \frac{U_{\text{ss,max}}}{3} = 7,4534 \text{ V}$

Tabelle 7: Daten der eingestellten Hilfsspannung  $U_H$ .

Eingestellt		
Signalform	$f$	$U_{H,SS}$
-	Hz	V
Sinus	1000	14 $\mu$

$\Rightarrow U_{H,SS} = U_{ss,max} \cdot 2 = 14,907 \text{ V}$   
 gew. 14V

Tabelle 8: Eingestellte, gemessene und berechnete Werte der Brücke beim Abgleich mit verschiedenen Elementen.

Abgleich- elemente	Eingestellt				Berechnet	
	$C_2$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$C_1$	$R_1$
	nF	k $\Omega$	k $\Omega$	k $\Omega$	nF	$\Omega$
$C_2$ und $R_2$	51	0,824	2.2	2.2	51	824
$C_2$ und $R_3$	19	2.2	0,844	2.2	49,5	844

(Tektronix X-Y-Betrieb: Display)  
 Regel Menü-Horizontal

### 5.4 Formeln und Berechnungsbeispiele

Abgleichbedingung

$$|Z_1| \cdot |Z_4| = |Z_2| \cdot |Z_3| \Rightarrow \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right) R_4 = \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right) R_3$$

$$G_1 + G_4 = G_2 + G_3 \Rightarrow \text{Aufspalten in Real- und Imaginärteil}$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4} = \underline{824 \Omega} \quad C_1 = C_2 \cdot \frac{R_4}{R_3} =$$

### 5.5 Diagramme

(für Messwert mit  $R_2, C_2$ )  $C_2 = \underline{51 \text{ nF}}$  ✓

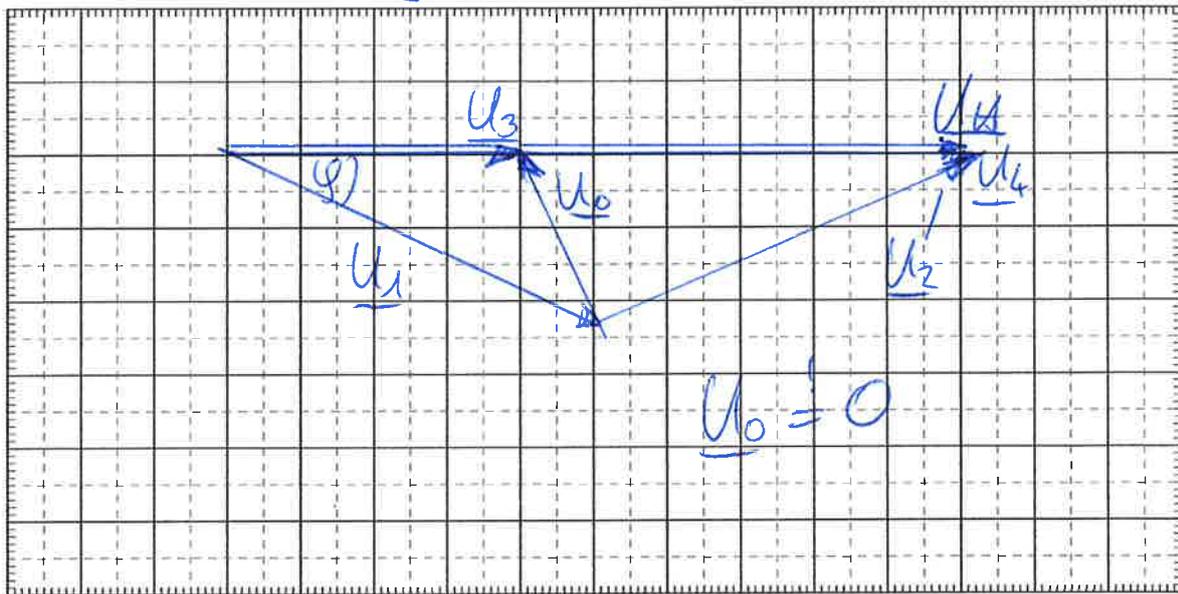


Abbildung 6: Zeigerdiagramm für den Abgleich mit  $R_3$ .

### 5.6 Geräteverzeichnis

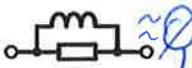
Tabelle 9: Verwendete Geräte und deren Eigenschaften.

Gerät	Type	Eigenschaft/Beschreibung
Funktionsgenerator	HAMEG HM 8030-6	Funktionsgener.
Oszilloskop	RIGOL MOSE	2-Channel 100 MHz 16s/s

## 5.7 Anmerkungen und Diskussion

**Bonusaufgabe** (nur bei ausreichender Zeit lösen) Erklären Sie wie mit einem Multimeter und einer Spannungsquelle bestimmt werden kann, ob eine unbekannte Impedanz ohmsch-kapazitiv oder -induktiv ist. Füllen Sie dazu Tabelle 10 aus.

Tabelle 10: Mögliche Grundsaltungen und deren Impedanz bei AC und DC.

				
$ Z $ bei DC	<del><math>R</math></del> $R$	<del><math>R</math></del> $R$	<del><math>R</math></del> $R$	<del><math>R</math></del> $R$
$ Z $ bei AC verglichen mit $ Z $ bei DC		$R$ wird kleiner		$R$ wird größer

Allgemeine Bemerkungen/Kommentare:

für AC

## 6 Frequenzmessung

### 6.1 Aufgabenstellung

Unter Verwendung eines Stereopotentiometers soll eine Wien-Robinson-Brücke zur Frequenzmessung aufgebaut werden. Nach Abgleich der Brücke bei einer Frequenz von ca. 200 Hz, soll anschließend der Frequenzgang der Ausgangsspannung für einen Frequenzbereich zwischen 50 Hz und 2 kHz bestimmt werden.

## 6.2 Schaltung

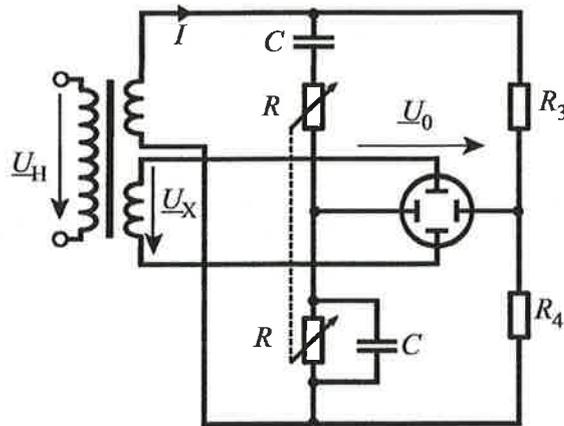


Abbildung 7: Robinson-Brücke mit dem Stereopotentiometer.

## 6.3 Messwerte und Tabellen

Tabelle 11: Eingestellte und gemessene Werte für den Abgleich der Robinson-Brücke.

Eingestellt				Gemessen
$C$	$R_3$	$R_4$	$f$	$U_0$
nF	k $\Omega$	k $\Omega$	Hz	mV
330	10	4,7	200	6

Tabelle 12: Messwerte des Frequenzganges der Robinson-Brücke.

Eingestellt	Gemessen	Eingestellt	Gemessen	Eingestellt	Gemessen
$f$	$U_0$	$f$	$U_0$	$f$	$U_0$
Hz	mV	Hz	mV	Hz	mV
50	161	200	6	700	169
100	105	205	5	1000	195
150	49	300	58	1500	210
195	10	500	132	2000	212

## 6.4 Diagramme

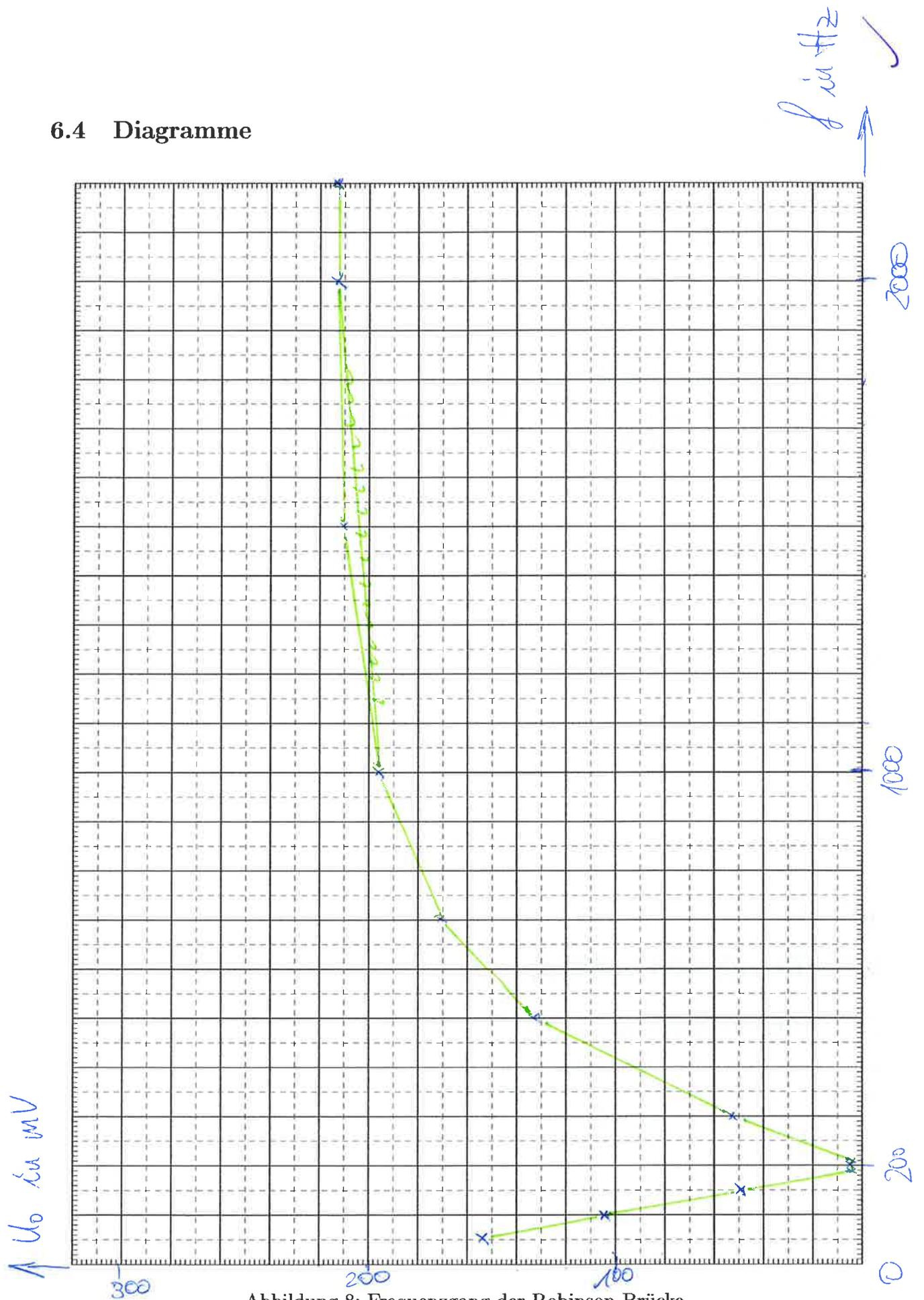


Abbildung 8: Frequenzgang der Robinson-Brücke.

## 6.5 Geräteverzeichnis

Tabelle 13: Verwendete Geräte und deren Eigenschaften.

Gerät	Type	Eigenschaft/Beschreibung
Funktionsgenerator		
Voltmeter		

## 6.6 Anmerkungen und Diskussion

Wie kann der Frequenzgang der Robinson-Brücke interpretiert werden (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandsperre)? Begründen Sie Ihre Antwort kurz!

Bandsperre,  $U_0$  klein um Abgleichpunkt bei 200Hz ✓

Allgemeine Bemerkungen/Kommentare:

## Teil III

# Leistungsmessung

## 7.1 Aufgabenstellung

Von einem Verbraucher sind die Wirk- und Scheinleistung sowie der Leistungsfaktor zu bestimmen. Die maximal zulässigen Messbereiche der verwendeten Geräte sind zu beachten! Das Leistungsdreieck für die Stufe *Kalt* ist zu zeichnen.

## 7.2 Schaltung

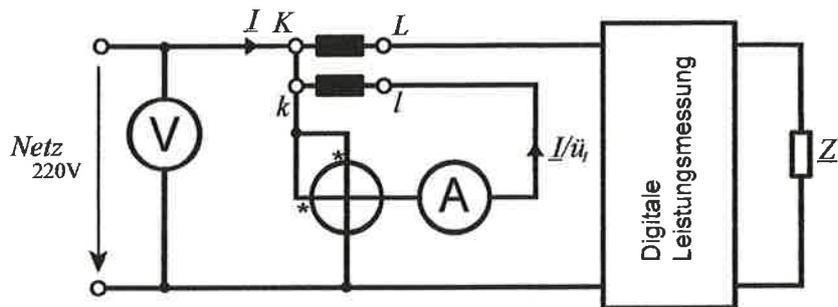


Abbildung 9: Leistungsmessung an einem Verbraucher.

## 7.3 Messwerte und Tabellen

Tabelle 14: Eingestellte, gemessene und berechnete Werte der analogen Leistungsmessung bei den Heizstufen Kalt (K), Warm I (W I) und Warm II (W II).

	Eingestellt			Gemessen			Berechnet				
	$\ddot{u}_i$	$U_N$	$I_N$	$U$	$I$	$\alpha$	$c_w$	$S$	$P$	$Q$	$\cos(\varphi)$
-	1	V	A	V	A	Skt	$\frac{W}{Skt}$	VA	W	var	1
K	1		1	232	9,07	7	2	16,24	14	8,23	0,862
W I	1	240	5	229	4,14	94	10	<del>91,80</del> 940	940	123,4	0,99
W II	2		5	227,2	4,04	91	10	183,8	<del>177,1</del> 1820	240,34	0,9914

$\downarrow$  8,08 mit Übersetzung  $\uparrow$  1820

Tabelle 15: Gemessene Leistungen des digitalen Messgeräts bei den Heizstufen Kalt (K), Warm I (W I) und Warm II (W II).

Eingestellt	Gemessen			
	$S_{dig}$	$P_{dig}$	$Q_{dig}$	$\cos(\varphi)_{dig}$
Stufe	VA	W	var	1
K	16,5	11,8	11,6	0,71
W I	908	912	110	1,00
W II	1763	1771	110	1,00



Berechnung der Blindleistung

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \underline{\underline{8,23 \text{ VAR}}} \quad \checkmark$$

Berechnung des Leistungsfaktors

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \underline{\underline{0,862}} \quad \checkmark$$

## 7.5 Diagramme

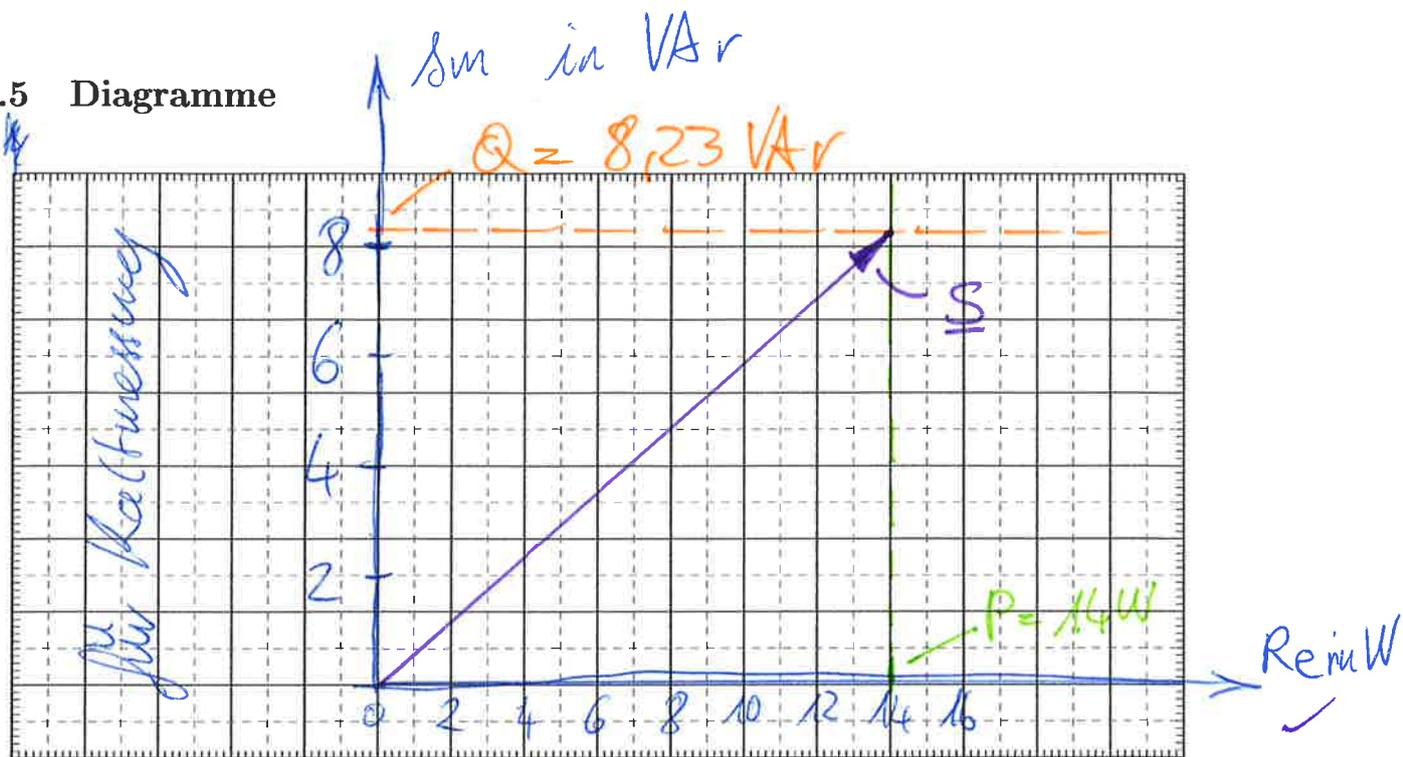


Abbildung 10: Zeigerdiagramm für den Betriebsmodus *Kalt* des Verbrauchers.

## 7.6 Geräteverzeichnis

Tabelle 16: Verwendete Geräte und deren Eigenschaften.

Gerät	Type	Eigenschaft/Beschreibung
Verbraucher	Heizlüfter	2 kW
Stromwandler	Goerz GE 4461	
Wattmeter	- Wattmeter	
Amperemeter	Fluke 77	
Voltmeter	Fluke 21	
dig. Wattmeter	HAMEG HU8115-2	

## 7.7 Anmerkungen und Diskussion

**Bonusaufgabe** (nur bei ausreichender Zeit lösen) Angenommen Sie messen den Effektivwert von Strom und Spannung an einer Serienschaltung bestehend aus Widerstand und einem nicht-linearen Bauteil (z.B. Diode). Kann daraus die Wirkleistung  $P$  und/oder die Scheinleistung  $S$  berechnet werden? Begründen Sie Ihre Antwort!

Allgemeine Bemerkungen/Kommentare:

## Teil IV

# Messunsicherheit

## 8 Systematische Messabweichungen

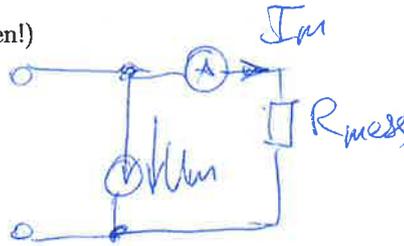
### 8.1 Aufgabenstellung

Ein unbekannter ohmscher Widerstand ist durch Verwendung einer geeigneten Messschaltung zu bestimmen. Die Unsicherheit des Widerstandswertes ist mittels Fehlerfortpflanzung zu berechnen.

## 8.2 Schaltung

(Strom- oder spannungsrichtige Schaltung zeichnen!)

stromrichtig



Spannungsrichtig

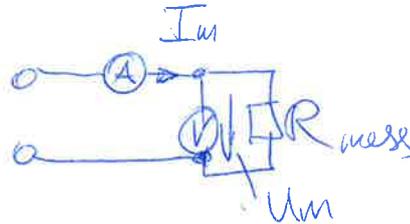


Abbildung 11: Messschaltung für die Widerstandsbestimmung.

## 8.3 Messwerte und Tabellen

Tabelle 17: Innenwiderstand bei verschiedenen Betriebsmodi der Multimeter für den relevanten Messbereich.

Messgerät 1: FLUKE 75		Messgerät 2: UNIGOR 3N	
$R_{i,V}$	$R_{i,A}$	$R_{i,V}$	$R_{i,A}$
k $\Omega$	$\Omega$	k $\Omega$	$\Omega$
10000	6	316	17

Tabelle 18: Festlegung der Gerätefunktion (Amperemeter/Voltmeter) in strom- und spannungsrichtiger Schaltung.

	stromrichtige Schaltung	spannungsrichtige Schaltung
Messgerät 1: FLUKE	Strom	Spannung
Messgerät 2: UNIGOR	Spannung	Strom

Tabelle 19: Messabweichung der Messgeräte.

Gerät	Messabweichung
Amperemeter: UNIGOR	Messbereich $\rightarrow 32A$ $\Delta V_{min} = 0,4\% + 1 \text{ Digit}$ $\rightarrow \pm 1\%$
Voltmeter: FLUKE	Messbereich $\rightarrow 32V$ $\Delta V_{min} = 0,4\% + 1 \text{ Digit}$ $\rightarrow \pm (0,4\% + 1 \text{ Digit})$

Skalenendwert

Tabelle 20: Messung des Widerstands.

Eingestellt	Gemessen		Berechnet			
	$U$	$I$	$\Delta U$	$\Delta I$	$R$	$\Delta R$
V	V	A	V	A	$\Omega$	$\Omega$
10	9,96	$9,5 \cdot 10^{-3} \pm 4,8 \cdot 10^{-3}$		$\pm 9,5 \cdot 10^{-5}$	1048,4	<del>15,73</del> 16,27 $\Omega$

### 8.4 Formeln und Berechnungsbeispiele

$\Delta U$  und  $\Delta I$  aus den Datenblättern

Amperemeter:  $\Delta I = \frac{I \cdot 1\%}{100\%} = \pm 9,5 \cdot 10^{-5} \text{ A} \rightarrow 1\% [10 \text{ mA}] = 0,1 \text{ mA}$

Voltmeter:  $\Delta U = 9,96 \text{ V} \cdot 0,4\% + 0,01 \text{ V} = \pm 0,0498 \text{ V}$

$$R = \frac{U}{I} = 1048,4 \Omega$$

$$\left[ R = \frac{U}{I} \Rightarrow R = U \cdot I^{-1} \Rightarrow \frac{\partial R}{\partial I} = -\frac{U}{I^2} \right]$$

$\Delta R$  mittels Fehlerfortpflanzung

$$\Delta R(U, I) = \left| \frac{\partial R}{\partial U} \cdot \Delta U \right| + \left| \frac{\partial R}{\partial I} \cdot \Delta I \right| = \left| \frac{1}{I} \cdot \Delta U \right| + \left| -\frac{U}{I^2} \cdot \Delta I \right|$$

$$= \left| \frac{1}{9,5 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,0498 \text{ V} \right| + \left| -\frac{9,96 \text{ V}}{(9,5 \cdot 10^{-3})^2} \cdot 9,5 \cdot 10^{-5} \text{ A} \right|$$

$$= \pm 15,73 \Omega \times \pm 16,27 \Omega$$

### 8.5 Geräteverzeichnis

Tabelle 21: Verwendete Geräte und deren Eigenschaften.

Gerät	Type	Eigenschaft/Beschreibung
Multimeter 1	FLUKE 75	-
Multimeter 2	UNIGOR 3N	-

## 8.6 Anmerkungen und Diskussion

Warum wird in dieser Messaufgabe die strom- bzw. spannungsrichtige Schaltung verwendet?

Spannungsrichtig, da die Relation der Parallelschaltung von  $R_{\text{mess}}$  und  $R_V$  zur Serienschaltung von  $R_A$  und  $R_{\text{mess}}$  sehr viel günstiger ist!  
( $999,9 \Omega$  zu  $1006 \Omega$ ) ✓

Wann muss der Fehler durch den Innenwiderstand eines Messgerätes bei der strom- oder spannungsrichtigen Messschaltung berücksichtigt werden?

generell gilt je größer das Verhältnis von  $R_{\text{mess}}/R_i$  desto schwerwiegender der Fehler:  
Stromrichtig:  $R_i$  des Amperemeter berücksichtigen ✓  
Spannungsrichtig:  $R_i$  des Voltmeter berücksichtigen ✓

**Bonusaufgabe** (nur bei ausreichender Zeit lösen) Ab welchem Widerstandswert  $R$  ist es sinnvoll die stromrichtige Widerstandsmessung zu verwenden, wenn zwei gleiche Multimeter mit  $R_{iA} = 6 \Omega$  und  $R_{iV} = 10 \text{ M}\Omega$  zur Verfügung stehen? (Tipp: Vergleichen Sie  $|R - R_A| \leq |R - R_V|$ , wobei  $R_A$  und  $R_V$  der durch die Messschaltung verfälschte Widerstandswert bei der strom- bzw. spannungsrichtigen Messschaltung sind. Zur Erinnerung:  $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .)

Allgemeine Bemerkungen/Kommentare:

## 9 Statistische Messabweichungen

### 9.1 Aufgabenstellung

Ein weiterer ohmscher Widerstand ist zu bestimmen. Dabei sind von jeder Person der Gruppe zwei Messungen bei verschiedenen Werten der Versorgungsspannung. Anschließend ist diese Messreihe statistisch auszuwerten. Geben Sie die Vertrauensbereiche für ein Vertrauensniveau von 99.5 % an.

### 9.2 Schaltung

Gleiche wie in Abbildung 11.

### 9.3 Messwerte und Tabellen

Tabelle 22: Messung des Widerstands bei verschiedenen Eingangsspannungen  $U_H$ .

Eingestellt	Gemessen		Berechnet	Eingestellt	Gemessen		Berechnet
$U_H$	$U$	$I$	$R$	$U_H$	$U$	$I$	$R$
V	V	mA	$\Omega$	V	V	mA	$\Omega$
1	0,834	0,804	1034,7	6	5,84	5,71	1040,3
2	1,836	1,86	1035,5	7,5	7,38	7,12	1037,9
3,5	3,47	3,4	1029,6	9	8,89	8,6	1033,7
4,5	4,46	4,3	1037,2	10	9,89	9,55	1035,6

## 9.4 Formeln und Berechnungsbeispiele<sup>1</sup>

Berechnung des Widerstands  $R$

Messwert Nr. 1

$$R = \frac{U}{I} = \frac{0,894\text{V}}{0,864\text{mA}} = \underline{\underline{1034,7\ \Omega}} \checkmark$$

Mittelwertbildung der Messwerte

$$\bar{R}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i = \underline{\underline{1034,4375\ \Omega}} \checkmark$$

Berechnung der Standardabweichung

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2} \Big|_{n=8} = \underline{\underline{5,959\ \Omega}} \checkmark$$

---

<sup>1</sup>Aus zeitlichen Gründen können die Berechnungen für eine verminderte Anzahl von Messungen durchgeführt werden.

Berechnung des Vertrauensbereiches und Angabe des Widerstands samt Vertrauensbereich

~~Rw = R ± ...~~

$$R_w = \bar{R} \pm \frac{A}{\sqrt{18}} \cdot s = \underline{1034,4375\Omega \pm 7,091\Omega}$$

1,19  
aus Tab.: 2,1 Skriptum  
für 99,5% Vertrauensniveau ✓

### 9.5 Geräteverzeichnis

Gleich wie in Tabelle 21.

### 9.6 Anmerkungen und Diskussion

Welche Art von Messabweichung kann korrigiert werden?

Systematische Messabweichungen können korrigiert werden, zufällige nicht! ✓

**Bonusaufgabe** (nur bei ausreichender Zeit lösen) Inwiefern können statistische Messabweichungen eingeschränkt werden?

Durch Aufnahmen von vielen Messwerten ✓

Allgemeine Bemerkungen/Kommentare:

