

Kapitel 1

Organisatorische Richtlinien

1.1 Lernziele

Die Laborteilnehmer sollen nach dem Besuch aller 4 Teilübungen, die die elektrische Messkette abbilden, in der Lage sein eigenständig eine elektrische Messung aufzubauen. Die Studierenden sollen mit den im Labor erlernten und geübten Fähigkeiten eigenständig eine Schaltung aufbauen können. Die Modifikation dieser Schaltung für gegebene Anforderungen ist ebenfalls eigenständig durchzuführen. Darüber hinaus soll eine nachfolgenden Aufzeichnung und Auswertung von Messdaten selbständig möglich sein.

Die Aufgaben im Labor werden anhand von Protokollvorlagen durchgeführt. Dabei wird in Gruppen zu max. 3 Personen der Aufbau von Schaltungen, das eigenständige Messen und Aufzeichnen von Werten, das Berechnen von Ergebnissen und das Zeichnen von Diagrammen und Kennlinien mehrfach geübt. Jede Aufgabenstellung beinhaltet auch eine schriftliche Diskussion und das Beantworten von gegebenen Fragestellungen.

1.2 Beurteilung

Die Note setzt sich zu je 50 % aus der Gesamtnote der 4 Protokolle und des Kolloquiums zusammen. In jeder der 4 Teillaborübungen wird von jeder Gruppe ein schriftliches Protokoll mit Hilfe der Protokollvorlage verfasst.

Download: www.emt.tugraz.at/teaching/mtlab

Das Protokoll wird innerhalb der Laborübungszeiten fertiggestellt und abgegeben. Anschließend wird das Protokoll innerhalb einer Woche benotet. Jeder Gruppenteilnehmer erhält per Mail eine digitale Kopie des benoteten Protokolls. Für ein erfolgreiches Absolvieren der Lehrveranstaltung muss das abschließende Kolloquium ebenfalls positiv absolviert werden. Im Gegensatz zu den Labortermine ist das Kolloquium keine Gruppenarbeit, sondern einzeln zu absolvieren. Für das Antreten zum abschließenden Kolloquium, sind folgende Punkte Voraussetzung:

- Es gibt in der Gruppe je ein positiv beurteiltes Protokolle zu jeder Laborübung.
- Der Studierende war zumindest bei 3 der 4 Laborübungen anwesend.

Das Abschlusskolloquium besteht aus praktischen Messaufgaben die alleine und eigenständig von den Studierenden durchgeführt werden. Diese Aufgaben sind durch das Anwenden der im Labor erlernten und geübten Fähigkeiten zu bewältigen. Zusätzlich zu den Messaufgaben sind theoretische Fragen zu der Aufgabe schriftlich zu beantworten. Für diese Aufgaben haben die Laborteilnehmer 2,5 h Zeit. Die Beurteilen des Kolloquium erfolgt auf Grundlage der im Kolloquium erbrachten praktischen Leistung und der beantworteten theoretischen Fragen.

Die erlaubten Unterlagen für das Kolloquium sind die Protokolle der eigenen Gruppe sowie das Laborskriptum.

1.3 Arbeiten im Labor

Die Übungen beginnen und enden pünktlich. Verspätungen zum Labor schaden der gesamten Gruppe da wertvolle Zeit zum üben und Erlernen der Fähigkeiten verloren geht. Das Fernbleiben von ganzen Übungsterminen schadet der Gruppe noch mehr bzw. verringern sich die Chancen das Kolloquium positiv zu absolvieren. Wenn die Aufgaben alle abgearbeitet wurden ist das Protokoll fertig zu stellen und der Arbeitsplatz dem Laborleiter in ordentlichem Zustand zu übergeben. Schäden an Anlagen und Geräten, Unfälle und Beinaheunfälle sind sofort zu melden. Für fahrlässige oder mutwillige Beschädigungen von Anlagen und Geräten wird der Verursacher zur Verantwortung gezogen. Kann dieser nicht festgestellt werden, so haftet die gesamte Gruppe.

1.4 Arbeiten in der Gruppe

Um jedem Laborteilnehmer die Möglichkeit zu geben, aktiv an der Laborübung teilzunehmen, besteht jede Gruppe aus maximal 3 Studierenden. Die Einteilung in Gruppen erfolgt zufällig.

1.5 Unfallschutz

Die Kenntnisnahme der Richtlinien zum Unfallschutz wird durch eine Unterschrift in der Einführungsvorlesung bestätigt. Ohne diese Unterschrift und ohne die Anwesenheit bei der Laborvorbesprechung ist eine Teilnahme am Labor nicht möglich. Die Nichtbeachtung der Richtlinien hat einen sofortigen Ausschluss des Studierenden aus dem Labor zur Folge.

Richtlinien zum Unfallschutz

1. Das Einschalten, auch nach einer Schaltungsänderung, ist nur mit Erlaubnis der betreuenden Studienassistentin bzw. des betreuenden Studienassistenten gestattet.
2. Bei jeder Schaltungsänderung sind alle Spannungs- und Stromquellen allpolig abzuschalten.
3. Bei Gefahr jeglicher Art ist der Stromkreis sofort allpolig zu unterbrechen. (Notaus)
4. Es wird auf die Gefahrenmomente blanker Leiter, Schalter, bzw. rotierender Teile hingewiesen. Das Berühren blanker, spannungsführender Leiter ist verboten.
5. Die Teilnehmer am Labor haben sich während der Laborübungen ausschließlich an ihrem zugewiesenen Laborplatz aufzuhalten.
6. Unfälle und Beinaheunfälle jeglicher Art sind sofort zu melden.
7. Speisen und Getränke sind ausschließlich außerhalb des Labors zu konsumieren

1.6 Durchführungsrichtlinien

- Der Schaltungsaufbau muss dem Schaltplan entsprechend übersichtlich erfolgen.
- Beachten Sie die Kabelquerschnitte entsprechend der Belastung.
- Achten Sie auch auf eine geeignete Kabelführung und Kabellänge.
- Achten Sie darauf, dass die verwendeten Geräte einen geeigneten und sicheren Standplatz am Arbeitsplatz haben.
- Schalter müssen ungehindert bedienbar sein.
- Für jede Messgröße sind die auftretenden Maximalwerte abzuschätzen und die Messbereiche der Messinstrumente vor Inbetriebnahme der Schaltung entsprechend zu wählen. Besondere Vorsicht ist bei Strom- und Leistungsmessungen gegeben.
- Bei Widerständen, Spulen und Kondensatoren ist auf die Belastbarkeit zu achten.

1.7 Empfehlungen zu Arbeitsweise

- Kontrollieren Sie Messwerte und Messergebnisse wenn möglich auf alternativen Wegen.
- Arbeitsteilung erleichtert die Durchführung der Übung. Übernehmen Sie eigenverantwortlich Teilaufgaben und arbeiten Sie in der Gruppe zusammen.
- Wechseln Sie die übernommen Aufgaben in der Gruppe, damit jedes Gruppenmitglied die Möglichkeit hat zu lernen und zu üben.
- Wenn Sie das Gefühl haben - "Da stimmt etwas nicht!" - oder Sie sich nicht sicher sind, ob Sie alles richtig verstanden haben, dann gehen Sie nicht zu nächsten Übung weiter. Haben Sie keine Angst Unklarheiten mit der Gruppe gemeinsam zu klären. Die zugewiesene Studienassistentin oder der zugewiesene Studienassistent wird Ihnen gerne dabei helfen.
- Überlegen Sie sich vor Beginn der Messung wie viele Punkte Sie aufzeichnen möchten und welche Werte Sie bestimmen möchten (z.B. Minimal- und Maximalwerte).

1.8 Ausführung der handschriftlichen Protokolle

Die Vorlagen sind nach der Labor-Einführungsvorlesung bzw. Labor-Vorbesprechung unter www.emt.tugraz.at/teaching/mtnlab als PDF zum Download verfügbar. Bringen Sie pro Gruppe mindestens eine ausgedruckte Version mit. Anhand der Vorlage können Sie durch ergänzen der Punkte das Protokoll schneller verfassen. Vervollständigen oder ergänzen Sie gegebenenfalls den Schaltplan. Sie können auch Blockschaltbilder zeichnen, wenn die Schaltung aus einzelnen Blöcken besteht und nur auf diese Art und Weise die Schaltung übersichtlich dargestellt werden kann. Die Funktion der Schaltung soll eindeutig und klar wiedergegeben werden. Gemessene und berechnete Größen sind immer in der Schaltung einzuzeichnen.

Die Reihenfolge der Spalten in den Messwert-Tabellen sind (v.l.n.r.):

1. eingestellt
2. gemessen
3. berechnet

Vervollständigen Sie die vorgegeben Tabellen. Achten Sie auch auf die richtigen Einheiten. Machen Sie zu allen berechneten Werten mind. 1 Berechnungsbeispiel. Alle vorkommenden relevanten Größen müssen beschriftet und benannt werden. Geben Sie im Geräteverzeichnis alle verwendeten Labor- und Messgeräte an. Führen Sie in der Gruppe die Diskussion durch. Hier können Sie Ihre Erkenntnisse, sämtliche Beeinflussungen der Schaltung und Messung beschreiben. Sind besondere Gegebenheiten, die die Messung behindern oder verändern gegeben, dann beschreiben Sie diese. Erklären Sie worauf zu achten ist und beantworten Sie die gestellten Fragestellungen und Anregungen.

Kapitel 2

Messabweichungen und Messgeräte

Nach DIN 1319 wurde der früher verwendete Ausdruck Messfehler durch den Begriff Messabweichung ersetzt. Allgemein bedeutet Messen, eine unbekannte physikalische Größe nach Zahl und Einheit zu bestimmen. Dazu ist es notwendig, die Messgröße mit einer Maßeinheit zu vergleichen.

Nimmt man zum Beispiel ein Drehspulenmesswerk zur Messung von Strömen, so wird der Vergleich folgendermaßen durchgeführt:

Durch den Messstrom entsteht im Messwerk ein motorisches Drehmoment und in weiterer Folge ein Ausschlag des Zeigers. Durch die Auslenkung des Zeigers aus seiner Ruhelage wird durch die Verformung der Drehfeder ein Gegenmoment produziert. Im Gleichgewichtszustand ist das Drehmoment gleich dem Gegenmoment der Drehfelder. Die Aufgabe der ablesenden Person ist es, aus der analogen Größe des Zeigerausschlags nun mit Hilfe der Skala einen zahlenmäßigen Messwert zu bestimmen.

Daraus ergeben sich zwei Ursachen für Messabweichungen:

1. Durch das Messgerät. Das sind z.B. eine nichtlineare Kennlinie der Federsteifigkeit der Drehfeder oder der Einfluss von Alterungs- und Ermüdungserscheinungen.
2. Durch die ablesende Person. Wenn z.B. die Person in schiefen Blickwinkel auf die Skala wirft, auf der falsche Skala abliest (falls mehrere vorhanden sind) oder das Messgerät von der Person falsch eingestellt ist (Teilungsfaktor oder Tastkopfverhältnis).

Jede Messung ist prinzipiell mit einem Energie- oder Informationsfluss vom Messobjekt zum Messgerät verbunden. Aus diesem Grunde wird durch die Verbindung des Messgerätes mit dem Messobjekt das zu messende Objekt gestört bzw. belastet. Das Messwerk oder die Messschaltung ist dabei so zu entwerfen, dass die zu messende Größe möglichst gering belastet bzw. möglichst wenig beeinflusst wird.

2.1 Messabweichungen

Auch bei einer theoretisch rückwirkungsfreien Messung ist das Messergebnis nie absolut richtig. Es treten immer Messabweichungen auf. Die Differenz zwischen dem bei der Messung angezeig-

ten Wert x und dem wahren Wert x_w bezeichnet man als die absolute Messabweichung Δx :

$$\Delta x = x - x_w \quad (2.1)$$

Die auf den wahren Wert x_w bezogene relative Messabweichung ergibt sich aus:

$$\frac{\Delta x}{x_w} = \frac{x - x_w}{x_w} = \frac{x}{x_w} - 1 \quad (2.2)$$

Multipliziert man die Messabweichung Δx (Gleichung 2.1) mit -1 , so erhält man die Korrektur K (Berichtigung):

$$K = x_w - x \quad (2.3)$$

Der wahre Wert x_w ergibt sich nun aus:

$$x_w = x + K \quad (2.4)$$

Messabweichungen werden nach DIN 1319 nach der Art ihrer Entstehung eingeteilt. Die momentan gültige Richtlinie zur Behandlung von Messunsicherheiten sieht eine Unterteilung in Messunsicherheiten vom Typ A bzw. vom Typ B vor [2]. Die im folgenden behandelten Messabweichungen sind:

1. Systematische Messabweichungen
2. Zufällige oder statistische Messabweichungen

2.1.1 Systematische Messabweichungen

Systematische Messabweichungen sind messtechnisch erfassbare und reproduzierbare Abweichungen durch das Messgerät sowie auch reproduzierbare Umwelteinflüsse. Das bedeutet sie haben bei wiederholter Messung unter den gleichen Bedingungen den selben Betrag und das selbe Vorzeichen. Sie lassen sich daher meist berücksichtigen und korrigieren.

Bekannt systematische Messabweichungen (Betrag und Vorzeichen) können somit durch Korrektur berücksichtigt werden. Es gibt jedoch auch systematische Messabweichungen deren Betrag und Vorzeichen nicht immer eindeutig angegeben werden können. Solche unbekannt systematischen Abweichungen werden abgeschätzt und bei der Berechnung der Messunsicherheit geeignet berücksichtigt.

Eine strenge Unterscheidung zwischen zufälligen und unbekannt systematischen Messabweichungen ist nicht immer möglich und sinnvoll. Nur durch eine großen Anzahl von Versuchen können unbekannt systematische Messabweichungen wie zufällige Messabweichungen behandelt werden.

2.1.2 Fortpflanzung systematischer Messabweichungen

Allgemein kann eine beliebige zu bestimmende Größe y von n verschiedenen Größen abhängen. Falls die n Größen durch Einzelmessungen (Messwerte x_i) bestimmt werden, und jede Einzelmessung einen abweichenden Messwert liefert (Abweichung Δx_i), so weicht die Größe y ebenfalls ab (Abweichung Δy).

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.5)$$

$$\Delta y = y - y_w = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.6)$$

Falls die Einzelabweichung Δx_i wesentlich kleiner als die entsprechenden Messwerte x_i sind, d.h.: $\Delta x_i \ll x_i$, kann die Funktion $f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n)$ in eine Taylorreihe entwickelt und nach dem linearen Glied abgebrochen werden:

$$\Delta y \approx \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \quad (2.7)$$

Diese Gleichung beschreibt die Fortpflanzung der systematischen Messabweichungen und gilt nur unter der Voraussetzung, dass die Einzelmessungen voneinander statistisch unabhängig sind. Weiters ist zu beachten, dass die Einzelabweichungen Δx_i vorzeichenrichtig einzusetzen sind!

In der Praxis tritt häufig der Fall auf, dass Beträge und Vorzeichen der Abweichungen nicht bekannt sind, sondern nur ein Intervall angegeben werden kann, also ein Bereich um den Messwert x innerhalb dessen der wahre Wert x_w liegt. Wird nun eine Messgröße y aus Einzelmessergebnissen x_i berechnet, so interessiert der Bereich $\Delta \tilde{y}$ innerhalb dessen der wahre Wert y_w mit Sicherheit liegt. Im allgemeinen sind die Intervallgrenzen zweiseitig, d.h. das Vorzeichen ist unbekannt. Der Bereich $\Delta \tilde{y}$ ergibt sich aus:

$$\begin{aligned} \Delta y^* &= \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 \right| + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \right| = \\ &= \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right| \end{aligned} \quad (2.8)$$

Beispiel: Ein unbekannter Widerstand R wird durch eine Strom-/Spannungsmessung bestimmt, und die Messgeräte (Ampere- und Voltmeter) besitzen die Klasse 1.0. Die gemessenen Strom- und Spannungswerte liegen daher in einem Bereich von $\pm 1\%$ des Messbereichsendwertes des entsprechenden Gerätes um den angezeigten Wert. Die Intervallgrenze des Widerstandes R kann mit Hilfe der oben genannten Beziehung berechnet werden.

2.1.3 Statistische Messabweichungen

Zufällige oder statistische Messabweichungen sind messtechnisch oft nicht direkt erfassbare, regellos auftretende Abweichungen der gemessenen Größen und zufällig auftretende Störeinflüsse aus der Umgebung. Sie haben bei unter gleichen Bedingungen durchgeführten wiederholten Messungen verschiedene Vorzeichen und Beträge.

Wird die Messung wiederholt durchgeführt, so ergeben sich voneinander verschiedene, streuende Ergebnisse. In der Praxis folgen die Einzelmessungen meistens einer Gauss-Verteilung, wodurch nachfolgende Annahmen gerechtfertigt sind (Zentraler Grenzwertsatz der Statistik, siehe [5]). Werden n voneinander unabhängige Messungen mit den Einzelmessergebnissen x_1, x_2, \dots, x_n durchgeführt, so gilt als Messergebnis der arithmetische Mittelwert \bar{x}

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.9)$$

Falls die Anzahl der Messungen n gegen ∞ geht, so entspricht der Mittelwert \bar{x} dem wahren Wert der Messgröße x_w . Dies gilt nur, wenn die statistischen Messabweichungen einen verschwindenden Erwartungswert besitzen.

$$x_w = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{für } n \rightarrow \infty \quad (2.10)$$

Als Maß für die Streuung der einzelnen Messwerte um den Mittelwert definiert man die Varianz σ^2 .

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_w)^2 \quad \text{für } n \rightarrow \infty \quad (2.11)$$

Als Standardabweichung σ bezeichnet man die positive Quadratwurzel der Varianz σ^2 .

In der Praxis werden aber nie unendlich viele Messungen durchgeführt. Das arithmetische Mittel aus den verschiedenen Messwerten entsprechend der oben angegebenen Beziehung ist ein Näherungs- oder Schätzwert für den wahren Mittelwert x_w . Setzt man in der Definition für die Varianz anstatt des wahren Wertes x_w den Mittelwert \bar{x} ein, und ersetzt man n durch $n-1$, so erhält man den Schätzwert für die Varianz, der zur Unterscheidung von σ^2 mit s^2 bezeichnet wird.

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.12)$$

Die positive Quadratwurzel

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.13)$$

bezeichnet man als Standardabweichung der Messwerte x_i oder als mittlere quadratische Abweichung der Messwerte x_i vom Mittelwert \bar{x} .

Falls die Anzahl der Messungen gegen unendlich geht, so gilt:

$$\begin{aligned} \underline{n \rightarrow \infty}: \quad & s \rightarrow \sigma \\ & \bar{x} \rightarrow x_w \end{aligned}$$

Der arithmetische Mittelwert \bar{x} konvergiert also zum wahren Wert x_w . Mit der Wahrscheinlichkeit $(1 - \alpha)$ (*Vertrauensniveau, Konfidenzzahl*) kann ein Intervall angegeben werden, in dem der wahre Wert x_w liegt. Die Grenzen dieses Intervalls heißen *Vertrauensgrenzen* (oder *Konfidenzgrenzen*) für den wahren Wert, zugeordnet zum *Vertrauensniveau* $(1 - \alpha)$. Die Vertrauensgrenzen hängen von der Standardabweichung der Messwerte, von der Anzahl der Messungen n und von der geforderten Wahrscheinlichkeit ab:

$$\begin{aligned} \text{Vertrauensbereich:} & \quad \bar{x} \pm \frac{t}{\sqrt{n}}s \\ \text{Obere Vertrauensgrenze:} & \quad \bar{x} + \frac{t}{\sqrt{n}}s \\ \text{Untere Vertrauensgrenze:} & \quad \bar{x} - \frac{t}{\sqrt{n}}s \end{aligned}$$

Der Faktor t (Vertrauensfaktor) hängt wiederum von der geforderten Wahrscheinlichkeit und der Anzahl der Messungen n ab und kann aus Tabellen entnommen werden (siehe Tabelle 2.1).

Tabelle 2.1: Student-t Quantile für ein- und zweiseitige Vertrauensbereiche.

Anzahl der Freiheits- grade n	P für zweiseitigen Vertrauensbereich											
	$1 - \alpha = 68,26\%$		$1 - \alpha = 90\%$		$1 - \alpha = 95\%$		$1 - \alpha = 99\%$		$1 - \alpha = 99,5\%$		$1 - \alpha = 99,73\%$	
	P für einseitigen Vertrauensbereich											
	$1 - \alpha = 84,13\%$		$1 - \alpha = 95\%$		$1 - \alpha = 97,5\%$		$1 - \alpha = 99,5\%$		$1 - \alpha = 99,75\%$		$1 - \alpha = 99,87\%$	
	t	$\frac{t}{\sqrt{n}}$	t	$\frac{t}{\sqrt{n}}$	t	$\frac{t}{\sqrt{n}}$	t	$\frac{t}{\sqrt{n}}$	t	$\frac{t}{\sqrt{n}}$	t	$\frac{t}{\sqrt{n}}$
1	1,84	1,84	6,31	6,31	12,71	12,71	63,66	63,66	127,32	127,32	235,78	235,78
2	1,32	0,93	2,92	2,06	4,30	3,04	9,92	7,02	14,09	9,96	19,21	13,58
3	1,20	0,69	2,35	1,36	3,18	1,84	5,84	3,37	7,45	4,30	9,22	5,32
4	1,14	0,57	2,13	1,07	2,78	1,39	4,60	2,30	5,60	2,80	6,62	3,31
5	1,11	0,50	2,02	0,90	2,57	1,15	4,03	1,80	4,77	2,13	5,51	2,46
6	1,09	0,45	1,94	0,79	2,45	1,00	3,71	1,51	4,32	1,76	4,90	2,00
7	1,08	0,41	1,89	0,72	2,36	0,89	3,50	1,32	4,03	1,52	4,53	1,71
8	1,07	0,38	1,86	0,66	2,31	0,82	3,36	1,19	3,83	1,35	4,28	1,51
9	1,06	0,35	1,83	0,61	2,26	0,75	3,25	1,08	3,69	1,23	4,09	1,36
10	1,05	0,33	1,81	0,57	2,23	0,70	3,17	1,00	3,58	1,13	3,96	1,25
15	1,03	0,27	1,75	0,45	2,13	0,55	2,95	0,76	3,29	0,85	3,59	0,93
20	1,03	0,23	1,72	0,39	2,09	0,47	2,85	0,64	3,15	0,71	3,42	0,77
30	1,02	0,19	1,70	0,31	2,04	0,37	2,75	0,50	3,03	0,55	3,27	0,60
50	1,01	0,14	1,68	0,24	2,01	0,28	2,68	0,38	2,94	0,42	3,16	0,45
80	1,01	0,11	1,66	0,19	1,99	0,22	2,64	0,30	2,89	0,32	3,10	0,35
100	1,00	0,10	1,66	0,17	1,98	0,20	2,63	0,26	2,87	0,29	3,08	0,31
125	1,00	0,09	1,66	0,15	1,98	0,18	2,62	0,23	2,86	0,26	3,06	0,27
200	1,00	0,07	1,65	0,12	1,97	0,14	2,60	0,18	2,84	0,20	3,04	0,21
> 200	1,00	$\frac{1,00}{\sqrt{n}}$	1,64	$\frac{1,65}{\sqrt{n}}$	1,96	$\frac{1,96}{\sqrt{n}}$	2,58	$\frac{2,58}{\sqrt{n}}$	2,81	$\frac{2,81}{\sqrt{n}}$	3,00	$\frac{3,00}{\sqrt{n}}$

2.2 Messunsicherheit

Das Messergebnis einer Messreihe ist der um die bekannten systematischen Abweichungen berichtigte Mittelwert \bar{x} verbunden mit einem Intervall, in dem der wahre Wert mit einer bestimmten statistischen Wahrscheinlichkeit liegt. Die Differenz zwischen dem berichtigten Mittelwert und der oberen bzw. unteren Grenze des Intervalls wird als Messunsicherheit u bezeichnet. Die Messunsicherheit u besteht aus zwei Komponenten. Eine Komponente betrifft die zufälligen Abweichungen u_z die andere die unbekannt systematischen Abweichungen u_s ¹.

Die zufällige Komponente u_z ergibt sich bei wiederholter Messung und unbekannter Varianz σ^2 aus:

$$u_z = \frac{t}{\sqrt{n}}s \quad (2.14)$$

Die unbekannt systematische Komponente u_s kann durch eine Abschätzung berücksichtigt werden, wobei die Beträge so angesetzt werden sollten, dass sie nicht überschritten werden (Fehlerfortpflanzung). Die Abschätzung kann entweder mit Hilfe ausreichender experimenteller Erfahrung oder verlässlicher Angaben der Geräteherstellers durchgeführt werden. Die Messunsicherheit u ergibt sich aus der Addition der beiden Beträge

$$u = |u_z| + |u_s|. \quad (2.15)$$

2.3 Messergebnis

Die Angabe des Messergebnisses erfolgt auf die folgende Art: Die Einzelmessergebnisse einer Messreihe sind zuerst um die bekannten systematischen Abweichungen zu berichtigen. Aus den korrigierten Messergebnissen bildet man den Mittelwert \bar{x} . Das Messergebnis y ergibt sich nun aus

$$y = \bar{x} \pm u. \quad (2.16)$$

Das so angeführte Messergebnis besagt nun, dass der wahre Messwert mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit innerhalb eines Bereiches $\bar{x} \pm u$ liegt.

Anmerkung: Bisher wurde stillschweigend vorausgesetzt, dass die Messunsicherheit nach oben und unten (bezüglich des Mittelwertes) gleich ist. Diese Voraussetzung ist in der Praxis in den meisten Fällen erfüllt.

¹Die momentan gültige Richtlinie zur Behandlung von Messunsicherheiten sieht eine Unterteilung in Messunsicherheiten vom Typ A bzw. vom Typ B vor (siehe [2]). Eine genaue Behandlung an dieser Stelle würde den Umfang der Lehrveranstaltung überschreiten.

2.4 Klassen von analogen Messgeräten

Die Messabweichungen von analogen Messgeräten werden durch Klassenzeichen angegeben, die meistens auf der Skala aufgedruckt sind. Die verschiedenen Klassen sind genormt und werden mit folgenden Zahlen bezeichnet:

0,1	Kalibrier- und Eichinstrumente
0,2	Präzisionsinstrumente
0,5; 1,0	Laborinstrumente
1,5	Schalttafelinstrumente
2,5; 5,0	Kontrollinstrumente

Die Zahlen geben den Betrag der maximal zulässigen Abweichung in Prozent an. Ein Gerät der Klasse 1,0 kann eine relativen Anzeigeabweichung bis zu $\pm 1\%$ aufweisen. Bei Instrumenten beziehen sich diese Prozentwerte auf den Skalenendwert, bei Zählern auf den Sollwert. Es ist deshalb falsch, eine Messung, wenn nicht notwendig, im unteren Skalenbereich durchzuführen.

Beispiel: Bei einem Instrument der Klasse 1,0 und einem Messbereich von 300 Volt beträgt die maximale Abweichung 3 Volt. Bei einer abgelesenen Spannung von 30 Volt kann die relative Abweichung also bereits 10% des Sollwertes betragen.

Anmerkung: Die Angaben des Herstellers sind garantierte Abweichungsgrenzen, d.h., bei sachgemäßer Verwendung des Messgerätes garantiert der Hersteller, dass die Abweichung diese Grenzen nicht übersteigt. Diese Angaben beinhalten sowohl systematische als auch die statistischen Abweichungen.

2.5 Digitale Multimeter

Bei digitalen Multimetern wird die Abweichung folgendermaßen angegeben:

\pm [% des abgelesenen Wertes + n Digit]

Diese Angaben gelten im allgemeinen in einem bestimmten Temperaturbereich und bis zu einer bestimmten relativen Luftfeuchte.

Beispiel: Ein Multimeter besitze für den Gleichspannungsbereich von 0 ... 320 mV laut Herstellerangaben eine Abweichung von $\pm 0,5\% + 1$ Digit). Der abgelesene Wert beträgt 150 mV. Die Abweichung ergibt sich bei einer Auflösung von 1 mV aus:

$$(\pm 0,5 \times 150 \text{ mV} / 100 + 1 \text{ mV}) = \pm 1,75 \text{ mV}$$

2.6 Schaltung von Messgeräten

Die Messung elektrischer Größen kann meistens nur durch einen Eingriff in die Schaltung selbst erfolgen. Messinstrumente müssen deshalb so beschaffen sein, dass durch diesen Eingriff der

Charakter der Schaltung nicht oder nur möglichst wenig verändert wird. Dies bedeutet, dass z.B. der Innenwiderstand eines Amperemeters sehr klein und der Innenwiderstand eines Voltmeters sehr groß in Relation zum Widerstand des Messobjektes sein sollte.

2.6.1 Schaltung eines Strommessers

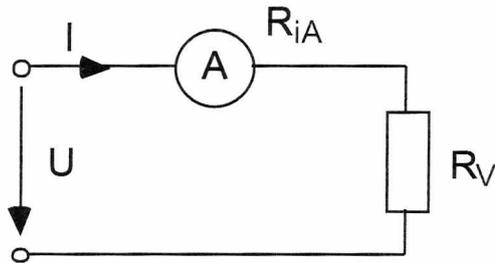


Abbildung 2.1: Schaltung eines Strommessers.

Zum Messen des Stromes muss der Stromkreis aufgetrennt werden, weil der Strom durch das Messinstrument fließen muss (Abbildung 2.1). Durch den Innenwiderstand des Amperemeters R_{iA} wird der Gesamtwiderstand der Schaltung vergrößert.

2.6.2 Schaltung eines Spannungsmessers

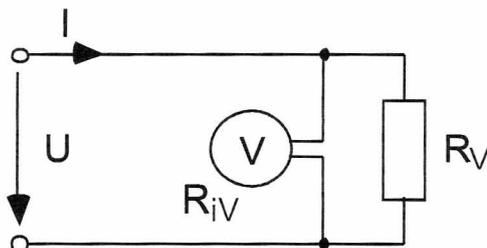


Abbildung 2.2: Schaltung eines Spannungsmessers

Ein Spannungsmessgerät wird zur Messung der Spannung an einem Verbraucher mit den Klemmen des Verbrauchers verbunden, d.h. parallel zum Verbraucher geschaltet (Abbildung 2.2). Durch den nun parallel liegenden Innenwiderstand des Voltmeters R_{iV} wird der Gesamtwiderstand der Schaltung verkleinert.

2.6.3 Gleichzeitige Messung von Strom und Spannung

Die gleichzeitige Messung von Strom und Spannung kann zur Bestimmung eines Widerstandes oder allgemein zur Messung des Betrags einer unbekanntes Impedanz verwendet werden.

Grundsätzlich gibt es zwei Schaltungsmöglichkeiten:

2.6.4 Spannungsrichtige Schaltung

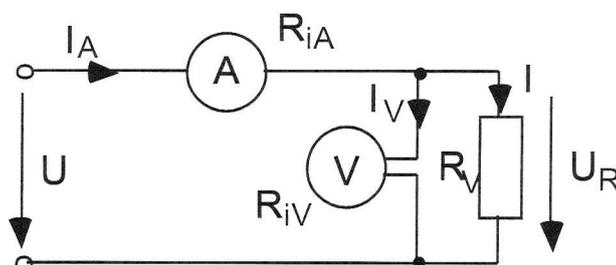


Abbildung 2.3: Strom- und Spannungsmessung an einem Widerstand (spannungsrichtige Schaltung)

- R_V ... unbekannter Widerstand (Ω)
- R_{iV} ... Innenwiderstand des Voltmeters (Ω)
- R_{iA} ... Innenwiderstand des Amperemeters (Ω)

Gemessen wird der Gesamtstrom I_A und die Spannung U_R am Widerstand R_V (Abbildung 2.3). Der Strom I , der durch den Verbraucher fließt, ist der gemessene Strom I_A vermindert um den Strom I_V durch das Voltmeter. Somit errechnet sich der unbekannte Widerstand R_V aus:

$$R_V = \frac{U_R}{I_A - \frac{U_R}{R_{iV}}} \quad (2.17)$$

Falls man den Strom I_V durch das Voltmeter nicht berücksichtigt, würde ein zu kleiner Widerstandswert R_V errechnet werden.

2.6.5 Stromrichtige Schaltung

Im Falle der stromrichtigen Schaltung (Abbildung 2.4) wird mit dem Voltmeter der Spannungsabfall am Amperemeter mitgemessen. Die tatsächliche Spannung am unbekanntem Verbraucherwiderstand R_V ergibt sich nach Abzug der Spannung am Strommessgerät, und somit ist der Widerstand R_V :

$$R_V = \frac{U - I R_{iA}}{I} \quad (2.18)$$

Wird die Spannung am Innenwiderstand des Amperemeters nicht berücksichtigt, so wird ein zu großer Widerstandswert für R_V ermittelt.

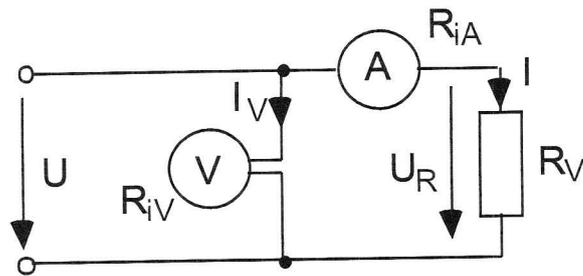


Abbildung 2.4: Strom- und Spannungsmessung an einem Widerstand (stromrichtige Schaltung)

Verzichtet man auf eine Korrektur, so sollte folgende Regel eingehalten werden: Bei niederohmigen Widerständen (sehr klein in Bezug auf den Innenwiderstand des verwendeten Voltmeters) verwendet man die spannungsrichtige Schaltung ($I \gg I_V$), bei hochohmigen Widerständen (sehr groß in Bezug auf den Innenwiderstand des verwendeten Amperemeters) die stromrichtige Schaltung ($I R_{iA} \ll I R_V$).

2.6.6 Schaltung eines Leistungsmessers

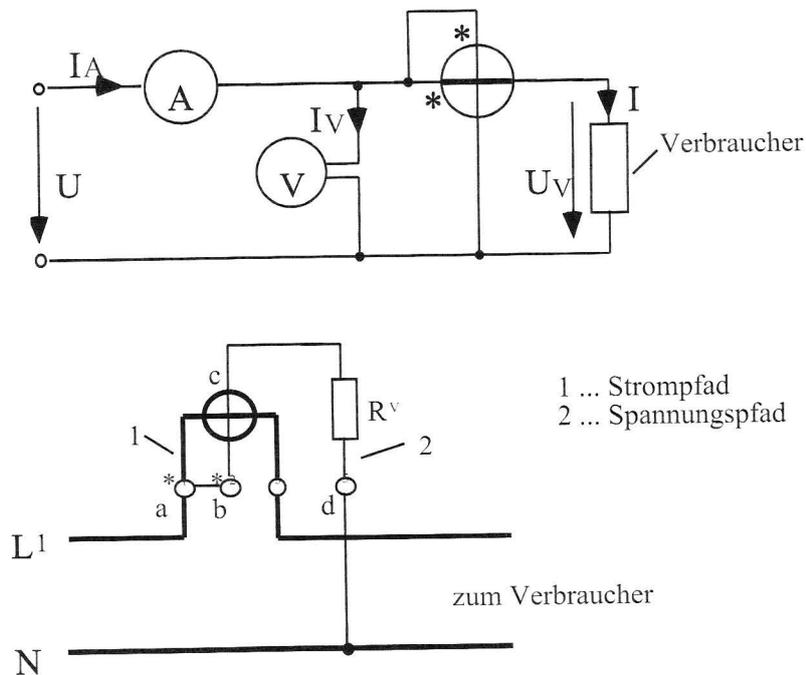


Abbildung 2.5: Messschaltung eines Leistungsmessers und vereinfachte Innenschaltung.

Zur Messung der elektrischen Leistung muss ein Messgerät verwendet werden, dessen Anzeige oder Ausschlag bei Gleichstrom dem Produkt aus Spannung und Strom $P = U I$, bzw.

bei sinusförmigen Wechselgrößen dem Produkt $P = U I \cos(\varphi)$ proportional ist. Dazu können elektronische Leistungsmessgeräte oder elektrodynamische Messwerke verwendet werden. Elektrodynamische Messwerke sind im Prinzip Drehspulmesswerke, wobei das Magnetfeld im Messwerk nicht von einem Permanentmagneten erzeugt wird, sondern von einer Spule, die von einem der Spannung proportionalen Strom durchflossen wird. Abbildung 2.5 zeigt eine Messschaltung zur Leistungsmessung und die vereinfachte Innenschaltung eines Leistungsmessers. Der Strompfad des Messgeräts wird wie ein Strommesser angeschlossen, der Spannungspfad wie ein Spannungsmesser.

Der innerhalb des Messgerätes in den Spannungspfad geschaltete Vorwiderstand R_V dient der Auswahl des Spannungsmessbereiches. Die unmittelbar zu verbindenden Anschlussklemmen a und b sind häufig mit einem Stern * oder Pfeil ↓ gekennzeichnet. Durch diese Verbindung wird eine zu hohe Spannung zwischen Strom- und Spannungsspule vermieden (Spannungsabfall an R_V).

Bei Gleichstrom ist der Wattmeterausschlag dem Produkt aus Spannung mal Strom, bei sinusförmigem Wechselstrom dem Produkt aus Spannung mal Strom mal Leistungsfaktor ($\cos(\varphi)$) proportional. In beiden Fällen wird also die Wirkleistung gemessen. Bei Wechselstrom kann der Leistungsfaktor sehr klein oder auch Null werden. Im letzteren Fall zeigt das Gerät keinen Ausschlag, auch wenn ihm volle Spannung und voller Strom zugeführt werden. Während bei den Geräten für Strom- und Spannungsmessung bei kleinem Ausschlag stets der nächst kleinere Messbereich gewählt werden darf, um einen möglichst großen Ausschlag zu erhalten, trifft dies beim Leistungsmesser nicht zu. Die Stromstärke ist daher stets durch einen Strommesser und die Spannung durch einen Spannungsmesser zu kontrollieren, und nur der ihren Anzeigen entsprechende Messbereich für Strom und für Spannung am Leistungsmesser darf benutzt werden.

Sondergeräte zur Messung von Leistungen bei sehr kleinem Leistungsfaktor besitzen den Endausschlag bei $\cos(\varphi) = 0.1$ oder $\cos(\varphi) = 0.3$; d.h. Strom- und Spannungsspule sind für die angegebenen Werte von U und I bemessen, der Endausschlag wird aber bei 1/10 oder 3/10 des Produktes aus verwendetem Spannungs- und Strombereich erreicht.

Der gemessene Wert der Leistung kann mit Hilfe der Wattmeterkonstanten c_w bestimmt werden:

$$P = \alpha c_w \quad (2.19)$$

mit: α ... Ausschlag des Wattmeters in Skalenteilen.

Die Wattmeterkonstante c_w berechnet sich aus

$$c_w = \frac{U_N I_N \cos(\varphi_N)}{\alpha_{\text{gesamt}}} \quad (2.20)$$

mit:

U_N	Nennspannung = Endwert des benutzten Spannungsbereiches
I_N	Nennstrom = Endwert des benutzten Strombereiches
$\cos(\varphi_N)$	Leistungsfaktor des Wattmeters = Gerätekonstante (meistens gleich 1)
α_{gesamt}	Gesamtskalenteile des Wattmeters

Zur Messbereichserweiterung eines Wattmeters können Spannungswandler und Stromwandler verwendet werden. Bei der Berechnung der Wattmeterkonstante c_w sind die Übersetzungsverhältnisse der Wandler \ddot{u}_I und \ddot{u}_U zu berücksichtigen:

$$c_w = \frac{U_N I_N \cos(\varphi_N)}{\alpha_{\text{gesamt}}} \ddot{u}_I \ddot{u}_U \quad (2.21)$$

Zusammenhang zwischen Wattmeterausschlag und Energieflussrichtung:

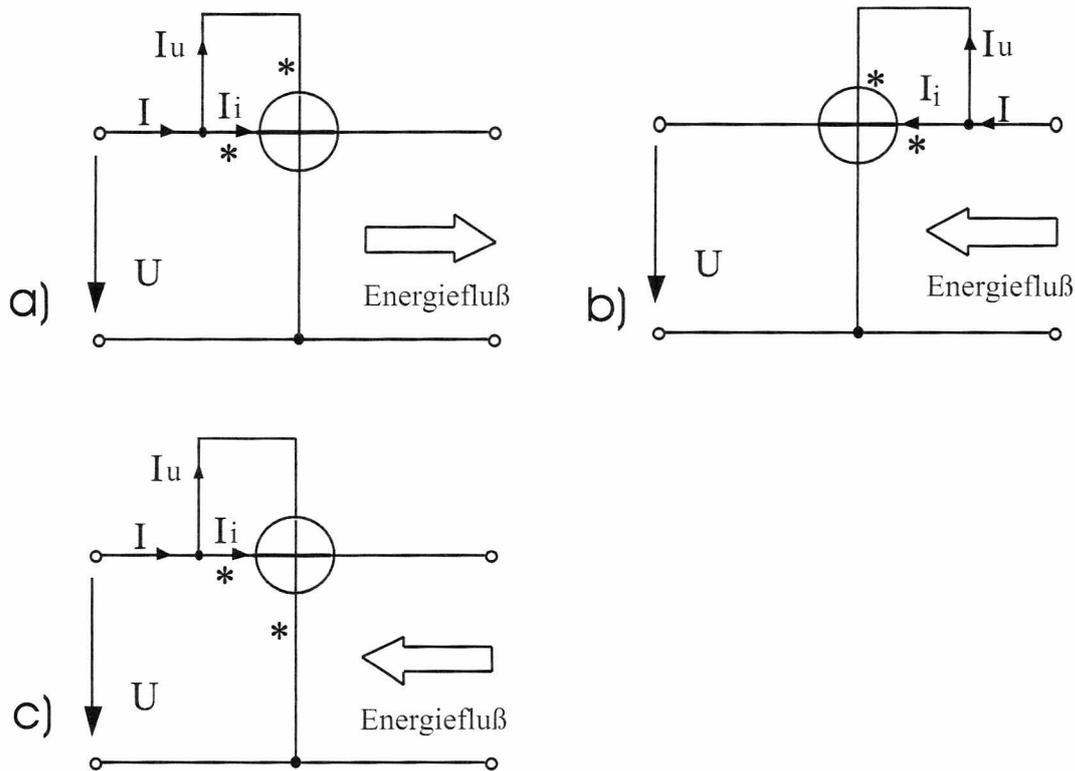


Abbildung 2.6: Wattmeterschaltungen bei unterschiedlicher Energieflussrichtung

Das Messgerät in Abbildung 2.6a zeigt positiven Ausschlag, wenn die Energie in Richtung des eingezeichneten Pfeils fließt. Bei Umkehr der Stromrichtung im Strom- oder Spannungspfad schlägt der Zeiger des Gerätes entgegengesetzt aus. Dies ist z.B. dann der Fall, wenn der Energiefluss seine Richtung ändert; das Wattmeter ist dann entsprechend Abbildung 2.6b

zu schalten. Erfolgt der Wechsel der Energierichtung während des Betriebes, darf in der Regel der Stromkreis nicht unterbrochen werden. Ein positiver Ausschlag des Wattmeters kann aber durch Umpolen des Spannungspfades erzielt werden (Abbildung 2.6c). Die Forderung, die gekennzeichneten Klemmen zu verbinden, wird dabei nicht eingehalten. Deshalb ist eine Kommutierung des Spannungspfades nur in unkritischen Fällen zulässig und sollte vermieden werden.

2.6.7 Schaltung eines Energiezählers

Zähler haben wie Leistungsmesser einen Strom- und Spannungspfad. Der Anschluss entspricht dem eines Leistungsmessers. In der Regel ist jedoch, um eine vereinfachte Montage zu ermöglichen, eine direkte Brücke vom Strom- zum Spannungspfad gelegt und eine Klemme doppelt ausgeführt.

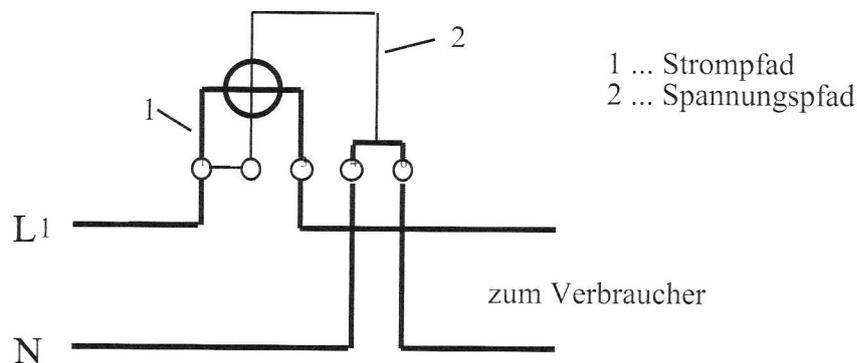


Abbildung 2.7: Zählerschaltung

Lässt man den Verbraucher solange eingeschaltet, dass man am Zählwerk einen Wert ablesen kann, so ergibt sich die Leistung aus der verbrauchten Energie dividiert durch die Zeit die der Verbraucher eingeschaltet war. Eine Leistungsmessung mit einem Zähler kann aber auch mit Hilfe der Zählerkonstanten (am Leistungsschild des Zählers angegeben) erfolgen. Die Zählerkonstante c_Z gibt an, wie oft sich die Zählerscheibe drehen muss, damit eine Energie von 1 kWh verbraucht wird.

$$P = \frac{n}{c_Z} \quad (2.22)$$

mit

- P ... Leistung (KW)
- n ... Zählerumdrehungen (h^{-1})
- c_Z ... Zählerkonstante ($kW^{-1}h^{-1}$)

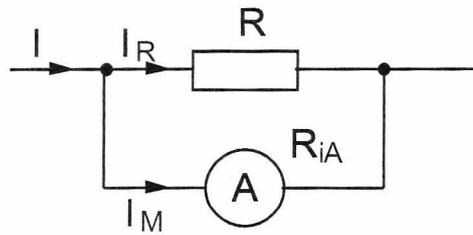


Abbildung 2.8: Amperemeter mit Nebenwiderstand (Shunt)

Messbereichserweiterung bei Strommessern

Soll ein Strommesser (Drehspulgerät) mit dem Messbereichsendwert I_M und dem inneren Widerstand R_{iA} zur Messung eines größeren Stromes $I = n I_M$ verwendet werden, so schaltet man einen Nebenwiderstand R (Shunt) parallel, der den Teilstrom $I_R = I - I_M$ aufnimmt (Abbildung 2.8).

Es gilt:

$$I_R = I - I_M = n I_M - I_M = (n - 1) I_M \quad (2.23)$$

sowie

$$I_M R_{iA} = I_R R \quad (2.24)$$

Für den notwendigen Nebenwiderstand erhält man somit:

$$R = \frac{R_{iA}}{n - 1} \quad (2.25)$$

Die tatsächliche Stromstärke I ergibt sich aus dem abgelesenen Wert multipliziert mit dem Faktor n .

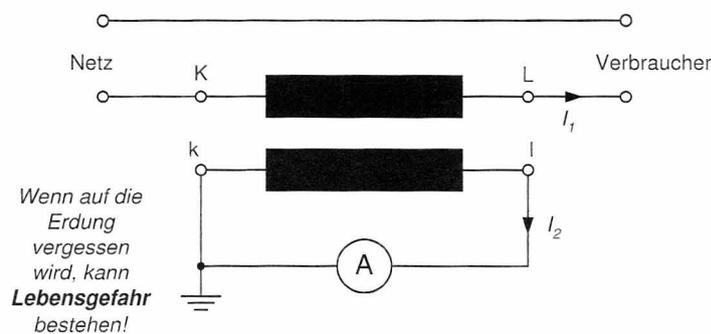


Abbildung 2.9: Stromwandlerschaltung (K,L...Primärklemmen und k,l...Sekundärklemmen)

Anmerkung: Bei Verwendung von Multimetern wird durch das Einstellen des Messbereiches zwischen internen Shunts umgeschaltet.

Bei der Messung von Wechselstrom verwendet man zur Messbereichserweiterung einen Stromwandler (Abbildung 2.9).

Das Übersetzungsverhältnis des Wandlers ist gegeben durch:

$$\ddot{u}_I = \frac{I_1}{I_2} \quad (2.26)$$

Die sekundärseitige Belastung des Wandlers wird als Bürde bezeichnet. Die Nennbürde ist die höchste zulässige Belastung des Wandlers. Sie darf bei einem Stromwandler nicht überschritten werden.

Daher gilt: Muss bei einem Stromwandler im Betrieb die Bürde weggenommen werden, so darf man den Sekundärstromkreis nie öffnen, sondern muss ihn kurzschließen!

2.6.8 Messbereichserweiterung bei Spannungsmessern

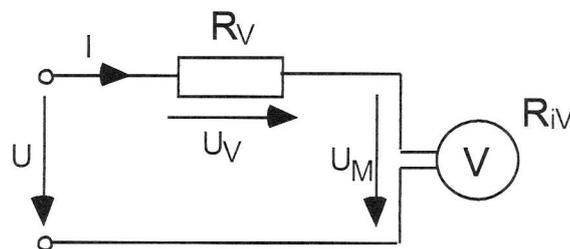


Abbildung 2.10: Voltmeter mit Vorwiderstand

Der Messbereichsendwert U_M eines Spannungsmessers (Drehspulmesswerk) mit dem inneren Widerstand R_{iV} wird zur Messung einer höheren Spannung $U = n U_M$ durch einen Vorschaltwiderstand R_V vergrößert, der die Teilspannung $U_V = U - U_M$ aufnimmt (Abbildung 2.10).

Es gilt

$$I = \frac{U_V}{R_V} = \frac{U_M}{R_{iV}} \quad (2.27)$$

und

$$U_V = U - U_M = nU_M - U_M = (n - 1)U_M \quad (2.28)$$

Der erforderliche Vorwiderstand errechnet sich aus:

$$R_V = (n - 1)R_{iV} \quad (2.29)$$

Die tatsächliche Spannung U ergibt sich aus dem abgelesenen Wert multipliziert mit dem Faktor n .

Soll der Messbereich bei Wechselspannungen erweitert werden, so verwendet man Spannungswandler (Abbildung 2.11).

Das Übersetzungsverhältnis \ddot{u}_U des Wandlers ergibt sich aus dem Verhältnis der Windungszahlen:

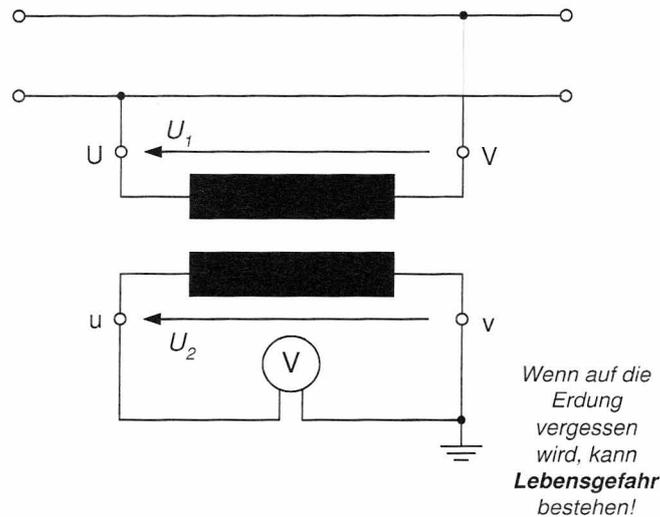


Abbildung 2.11: Schaltung eines Spannungswandlers (U,V...Primärklemmen und u,v...Sekundärklemmen)

$$\ddot{u}_U = \frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (2.30)$$

Spannungswandler sind so dimensioniert, dass ein bestimmter Sekundärstrom nicht überschritten werden darf, d.h. der Spannungswandler darf im Gegensatz zum Stromwandler nicht kurzgeschlossen werden.

2.6.9 Messbereichserweiterung eines Wattmeters

Soll der Messbereich eines Wattmeters erweitert werden, so kann in den Strompfad ein Stromwandler und/oder in den Spannungspfad ein Spannungswandler geschaltet werden.

2.7 Oszilloskop

Mit Hilfe eines Oszilloskops ist es möglich, den zeitlichen Verlauf einer elektrischen Spannung sichtbar zu machen. Möchte man mit dem Oszilloskop auch Ströme messen, so muss man den Strom in eine proportionale Spannung umwandeln. Dies geschieht im allgemeinen mit Hilfe eines Widerstandes.

Das Oszilloskop ist vielfältig einsetzbar:

- Qualitative Beurteilung von Spannungsverläufen (z.B.: Stimmen die Kurvenformen eines zu testenden Funktionsgenerators?)
- Messen von Kenngrößen einer Spannung wie z.B. Spitzenwert, Anstiegszeiten oder Frequenz.

- Bei Darstellung mehrerer Signale, Messung von Beziehungen zwischen diesen (z.B. Ermittlung der Phasenverschiebung).

2.7.1 Messabweichungen bei Verwendung des Oszilloskops

Die Eingangskapazität (inklusive Kabelkapazität) bei höheren Frequenzen nicht vernachlässigen. Wird ein Signal mit einer Frequenz von 10 MHz über ein 1 m langes Kabel zum Oszilloskop geführt, ergibt sich folgender kapazitiver Widerstand mit dem die Schaltung belastet wird (bei 25 pF Eingangskapazität und 100 pF je Meter Kabel):

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C_{\text{ges}}} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^7 \cdot 125 \cdot 10^{-12}} = 127 \Omega \quad (2.31)$$

Der hohe Eingangswiderstand (typisch: 1 M Ω) des Oszilloskops wird nur bei sehr kleinen Frequenzen (für das gezeigte Beispiel muss die Frequenz kleiner als 1 kHz sein) erreicht. Um die Rückwirkung des Oszilloskops auf die Messschaltung zu verhindern, sollte ein Tastkopf mit einer kleinen Eingangskapazität (z.B. passiver 1:10 Tastkopf mit einer typischen Eingangskapazität von 15 pF, aktive HF-Tastköpfe haben Eingangskapazitäten im Bereich von ca. 1 pF). [1]