

# Kapitel 6

## Rechnergestützte Erfassung und Analyse von Messdaten

### 6.1 Allgemeines

Diese Übung soll grundlegendes Wissen über das Gebiet der Messdatenerfassung vermitteln. Dabei geht es um die Aufnahme und Digitalisierung von analogen Spannungssignalen und deren anschließende Verarbeitung bzw. Analyse an einem Personal Computer (PC). Ein Vorteil der automatisierten Messdatenerfassung liegt darin, dass nicht nur einzelne Messpunkte, sondern ganze Messreihen mit bestimmten Abtastfrequenzen erfasst werden können.

Zur Messdatenerfassung werden in der Übung der Anschlussblock BNC-2120 in Verbindung mit der Datenerfassungskarte PCI-6070E der Firma National Instruments verwendet, die Ansteuerung der Messkarte bzw. die Aufarbeitung der Messdaten wird mit dem Programmpaket LabVIEW<sup>®</sup> durchgeführt.

### 6.2 Die Abtastung kontinuierlicher Signale

Ein kontinuierliches Eingangssignal  $u(t)$  lässt sich in eine Folge von diskreten Werten  $u[k]$  umwandeln, indem man mit Hilfe eines Abtast-Gliedes zu äquidistanten Zeitpunkten  $t_k = kT_a$  Proben aus dem Eingangssignal entnimmt. Dabei ist  $f_a = 1/T_a$  die Abtastfrequenz und  $T_a$  das Abtastintervall. Abbildung 6.1 veranschaulicht diesen Zusammenhang. Zu beachten ist, dass die bei der Abtastung entstehende Impulsfolge<sup>1</sup>  $\tilde{u}(t)$  noch immer eine Zeitfunktion ist, die Folge  $u[k]$  hingegen eine diskrete Sequenz der abgetasteten Signalwerte darstellt und somit keine explizite Information mehr über die Abtastrate enthält.

---

<sup>1</sup>Die Impulsfolge  $\tilde{u}(t)$  ist eine periodische Folge von  $\delta$ -Dirac-Impulsen, gewichtet mit den entsprechenden Signalwerten der ursprünglichen Folge.

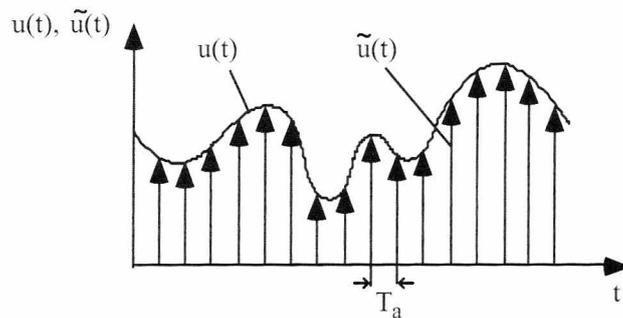


Abbildung 6.1: Kontinuierliches Signal  $u(t)$  und die zugehörige Impulsfolge  $\tilde{u}(t)$ .

Das Abtasttheorem besagt nun, dass mit Hilfe der Abtastwerte  $u[k]$  eine abgetastete zeitkontinuierliche Funktion wieder vollständig rekonstruierbar ist, wenn die Abtastfrequenz  $f_a$  größer als die doppelte maximal auftretende Frequenz  $f_{\max}$  der abgetasteten Zeitfunktion ist. Das bedeutet, dass bei Einhaltung des Abtasttheorems durch eine ideale Abtastung keinerlei Information im Signal verloren geht.

Dieser Zusammenhang ist in Gleichung 6.1 festgehalten:

$$f_a > 2f_{\max} \quad (6.1)$$

Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird die Zeitfunktion vor dem Abtastvorgang als auch nach dem idealen Abtastvorgang im Frequenzbereich dargestellt.

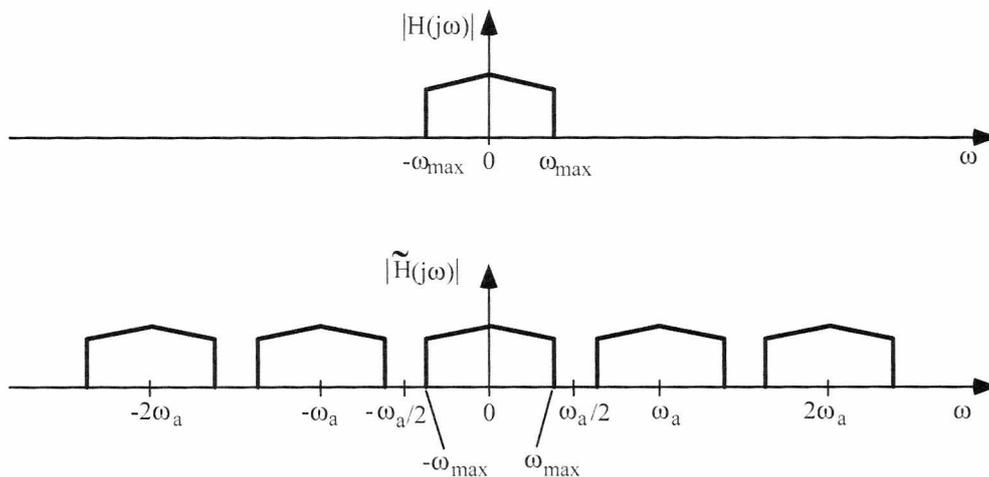


Abbildung 6.2: Betrag des kontinuierliches Spektrums des Signales  $u(t)$  vor dem Abtastvorgang  $|H(j\omega)|$  und nach erfolgter idealer Abtastung  $|\tilde{H}(j\omega)|$ .

Abbildung 6.2 zeigt das kontinuierliche Spektrum  $H(j\omega)$  eines nichtperiodischen bandbegrenzten Eingangssignals  $u(t)$  sowie das Spektrum  $\tilde{H}(j\omega)$  desselben Signals nach einer idealen Abtastung mit der Frequenz  $f_a$ . Man beachte, dass es sich bei  $\tilde{H}(j\omega)$  um das Spektrum einer

zeitkontinuierlichen Funktion handelt. Die Kreisfrequenz  $\omega$  berechnet sich mit  $\omega = 2\pi f$ , dementsprechend gilt  $\omega_a = 2\pi f_a$  und  $\omega_{\max} = 2\pi f_{\max}$ .

Man erkennt, dass das Spektrum des abgetasteten Signals eine periodische Funktion im Frequenzbereich ist, wobei die Periode gleich der Abtastfrequenz ist. Durch die Fourier-Reihenentwicklung dieser periodischen Funktion lässt sich zeigen, dass das Spektrum  $\tilde{H}(j\omega)$  im Bereich  $-\omega_{\max} < \omega < \omega_{\max}$  identisch ist mit dem Spektrum  $H(j\omega)$  der Originalfunktion, sofern sich die periodisch wiederkehrenden Spektren des abgetasteten Signals nicht überlappen, also  $\omega_{\max} < \omega_a/2$  oder  $f_{\max} < f_a/2$  ist. Das heißt, die volle Information des Spektrums  $H(j\omega)$  ist auch nach dem Abtastvorgang im Spektrum  $\tilde{H}(j\omega)$  enthalten. Zur Rückgewinnung des Analogsignals muss man also lediglich mit Hilfe eines Tiefpassfilters die Spektralanteile oberhalb  $f_{\max}$  abtrennen.

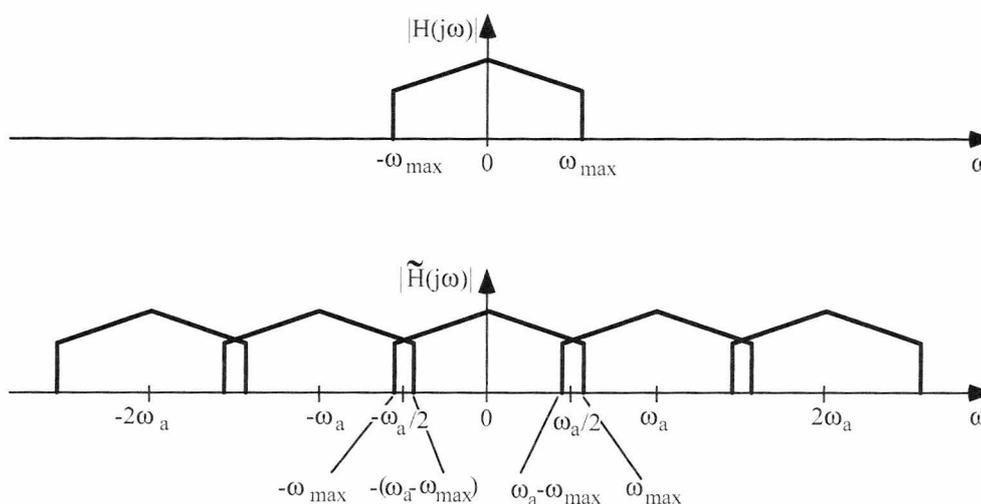


Abbildung 6.3: Betragsspektren von ursprünglichem Signal  $H(j\omega)$  und mit zu geringer Frequenz abgetastetem Signal  $\tilde{H}(j\omega)$ .

Wählt man aber die Abtastfrequenz niedriger als nach dem Abtasttheorem vorgeschrieben oder existieren höherfrequente (unbekannte) Signalanteile, so überlappen sich die periodisch wiederkehrenden Spektren wie in Abbildung 6.3 dargestellt. Bei  $\tilde{H}(j\omega)$  kann also für den Frequenzbereich  $\omega_a - \omega_{\max} < \omega < \omega_{\max}$  keine eindeutige Zuordnung zu den beiden überlappenden Spektren vorgenommen werden. Eine Trennung der beiden Spektren mit Hilfe eines Tiefpasses ist somit unmöglich. Höherfrequente Anteile des Signals erscheinen dann im Spektrum an Stellen niedriger Frequenz. Dieser Effekt wird Aliasing genannt und ist in Abbildung 6.4 zum besseren Verständnis veranschaulicht.

Zusammenfassend kann also gesagt werden, dass man aus den Abtastwerten einer kontinuierlichen bandbegrenzten Zeitfunktion die ursprüngliche Funktion wieder vollständig rekonstruieren kann, wenn das Abtasttheorem erfüllt ist. Ist die Bedingung 6.1 nicht von vornherein erfüllt, so kann man sie durch Ausfiltern der zu hohen Frequenzanteile durch Vorschalten eines Tief-

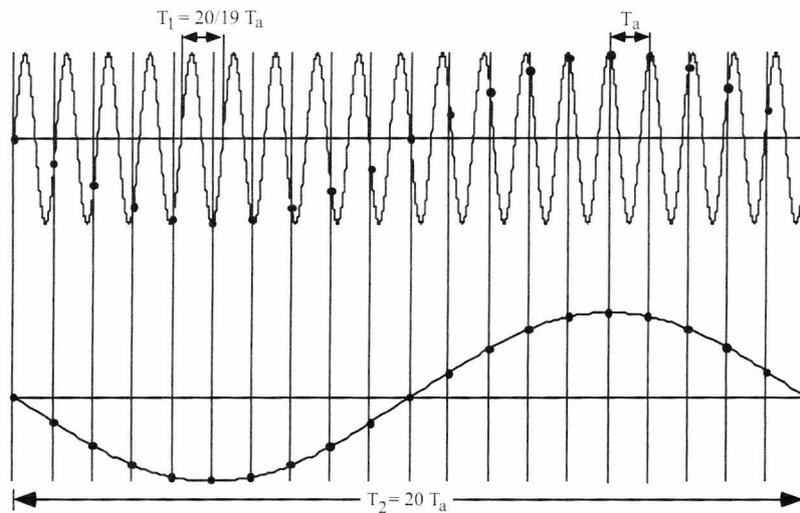


Abbildung 6.4: Demonstration des Aliasing-Effekts: Durch Abtasten einer Sinusschwingung mit Periodendauer  $T_1$  mit dem Abtastintervall  $T_a = \frac{19}{20}T_1$  entsteht eine niederfrequente (Aliasing) Schwingung mit der Periodendauer  $T_2$  des 20-fachen Abtastintervalles.

passfilters vor den AD-Umsetzer erzwingen. Man nennt diesen Vorgang Bandbegrenzung und bezeichnet in diesem Zusammenhang die vorgeschalteten Tiefpassfilter als Anti-Aliasing-Filter. Die Grenzfrequenz des Anti-Aliasing-Filters ist dabei an die jeweilige Abtastfrequenz anzupassen.

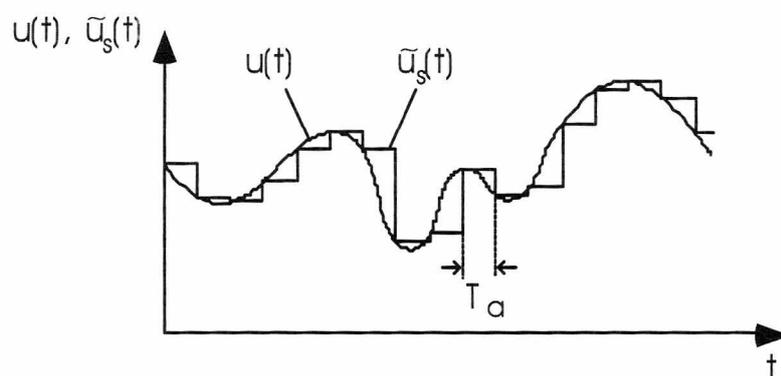


Abbildung 6.5: Kontinuierliches Eingangssignal  $u(t)$  und zugehörige Treppenfunktion  $\tilde{u}_s(t)$ .

Der Beschreibung der Zeitfunktion  $u(t)$  nach dem Abtastvorgang wurde die in Abbildung 6.1 dargestellte Impulsfolge  $\tilde{u}(t)$  zugrunde gelegt. Theoretisch erhält man diese Impulsfolge durch Faltung mit einer Dirac-Impulsfolge. Bei der Rückgewinnung des analogen Signals tritt jedoch das Problem auf, dass man mit einem realen System keine Dirac-Impulsfolgen erzeugen kann,

sondern nur Impulsfolgen  $\tilde{u}_s(t)$  mit endlicher Amplitude und endlicher Dauer  $T_a$  (Abbildung 6.5, vergleiche auch Abbildung 6.1). Es entsteht dabei grundsätzlich dasselbe Frequenzspektrum wie bei Dirac-Impulsen, jedoch werden höhere Frequenzen abgeschwächt. Soweit es möglich ist wählt man daher eine höhere Abtastfrequenz als nach dem Abtasttheorem vorgeschrieben und wirkt somit einer Abschwächung der hohen Frequenzanteile entgegen.

Diese Zusammenhänge sind hier nur überblicksmäßig dargestellt; für eine eingehendere Betrachtung wird auf die Literaturequellen [3], [9] und [10] verwiesen.

### 6.3 Effektivwert, Gleichrichtwert und arithmetischer Mittelwert

In diesem Abschnitt werden Kenngrößen definiert, die ein zu untersuchendes physikalisches Signal beschreiben. Dieses Signal ist in der Elektrotechnik meist ein Spannungssignal  $u(t)$  oder ein Stromsignal  $i(t)$ . Im folgenden werden beispielgebend die beschreibenden Größen für Spannungssignale angegeben. Der arithmetische Mittelwert eines (mit der Periodendauer  $T$ ) periodischen Signals  $u(t)$  berechnet sich zu:

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t) dt \quad (6.2)$$

Der arithmetische Mittelwert des Betrages von  $u(t)$ , also der arithmetische Mittelwert des gleichgerichteten Signals wird Gleichrichtwert  $|\bar{u}|$  genannt:

$$|\bar{u}| = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |u(t)| dt \quad (6.3)$$

Der Effektivwert  $u_{\text{eff}}$  (meist einfach als  $U$  bezeichnet) eines sich zeitlich periodisch ändernden Signals  $u(t)$  ist wie folgt definiert:

$$u_{\text{eff}} = U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u^2(t) dt} \quad (6.4)$$

Weitere Kenngrößen von Wechselsignalen sind der Scheitelfaktor  $c$  (auch Crestfaktor genannt) und der Formfaktor  $F$ , die sich aus Effektivwert  $u_{\text{eff}}$ , Gleichrichtwert  $|\bar{u}|$  und Maximalwert (Spitzenwert, Scheitelwert)  $\hat{u}$  des Signals wie folgt berechnen:

Formfaktor:

$$F = \frac{u_{\text{eff}}}{|\bar{u}|} \quad (6.5)$$

Der Scheitel- oder Crestfaktor  $c$  ist:

$$c = \frac{\hat{u}}{u_{\text{eff}}} \quad (6.6)$$

Für sinusförmige Größen, d.h.  $u(t) = \hat{u} \sin(\omega t)$  ergibt sich:

$$F = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11$$

$$c = \sqrt{2} \approx 1,41$$

Bei Gleichgrößen (zeitlich konstante Größen) ist natürlich der Gleichrichtwert betragsmäßig gleich groß wie der Effektivwert und Scheitelwert.

### 6.3.1 Messung des Effektivwertes

Die Messung des Effektivwertes beruht bei den meisten analogen und digitalen Multimetern auf der Messung des Gleichrichtwertes und anschließender Multiplikation des Messwertes mit dem Wert 1,11 (Formfaktor  $F$  für sinusförmige Größen). Das unbekannte Signal wird gleichgerichtet, gemittelt, anschließend mit 1,11 multipliziert und erst dann zur Anzeige gebracht. Die Multiplikation mit 1,11 wird durch entsprechende Gestaltung der Skala des Messgerätes berücksichtigt.

Geräte, die den Effektivwert tatsächlich messen (digitale Geräte, die zuerst das Signal quadrieren, den Mittelwert bilden und dann das Ergebnis radizieren bzw. analoge Dreheisenmesswerke) bezeichnet man als TRMS - Geräte (TRMS steht für *true root mean square*).<sup>2</sup>

### 6.3.2 Mischgrößen

Physikalische Größen, die nach einer periodischen Zeitfunktion verlaufen, ohne dass ihr arithmetischer Mittelwert identisch null ist, bezeichnet man als Mischgrößen  $u_m(t)$ . Sie entstehen aus Überlagerung einer Gleichkomponente  $U_=\$  mit einer Wechselkomponente  $u_{\sim}(t)$ .

$$u_m(t) = U_+ + u_{\sim}(t) \tag{6.7}$$

Die einzelnen Komponenten des Mischsignals sind folgendermaßen definiert:

- Gleichkomponente einer Mischgröße:*           Arithmetischer Mittelwert entsprechend der Definition (Gleichung 6.2)
- Wechselkomponente einer Mischgröße:*   Mittelwertbefreites Signal.

Zur Bestimmung des Effektivwertes der Mischgröße darf man die Effektivwerte der beiden Signalanteile nicht einfach addieren, denn es gilt:

$$U_m = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u_m^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (U_+ + u_{\sim}(t))^2 dt} = \sqrt{U_+^2 + U_{\sim}^2} \tag{6.8}$$

Diese Beziehung muss bei der Bestimmung des Gesamt-Effektivwertes eines Mischsignals berücksichtigt werden, da gängige Multimeter im Gleichspannungsbereich den arithmetischen Mittelwert des Signals ( $U_+$ ) und im Wechselspannungsbereich den Effektivwert der Wechselkomponente ( $U_{\sim}$ ) anzeigen.

---

<sup>2</sup>Analoge Messgeräte: Dreheisenmessinstrumente messen den wahren Effektivwert, bei Drehspulmesswerken wird der mit 1,11 multiplizierte Gleichrichtwert angezeigt.

## 6.4 Gleichrichterschaltungen

### 6.4.1 Einwegschaltung

Die Einweggleichrichtung ist die einfachste Möglichkeit, aus einem Wechselsignal ein Gleichsignal zu erhalten. Die Schaltung besteht aus einer Diode und einem Glättungskondensator, der von einem Lastwiderstand  $R_L$  belastet wird (Abbildung 6.6).

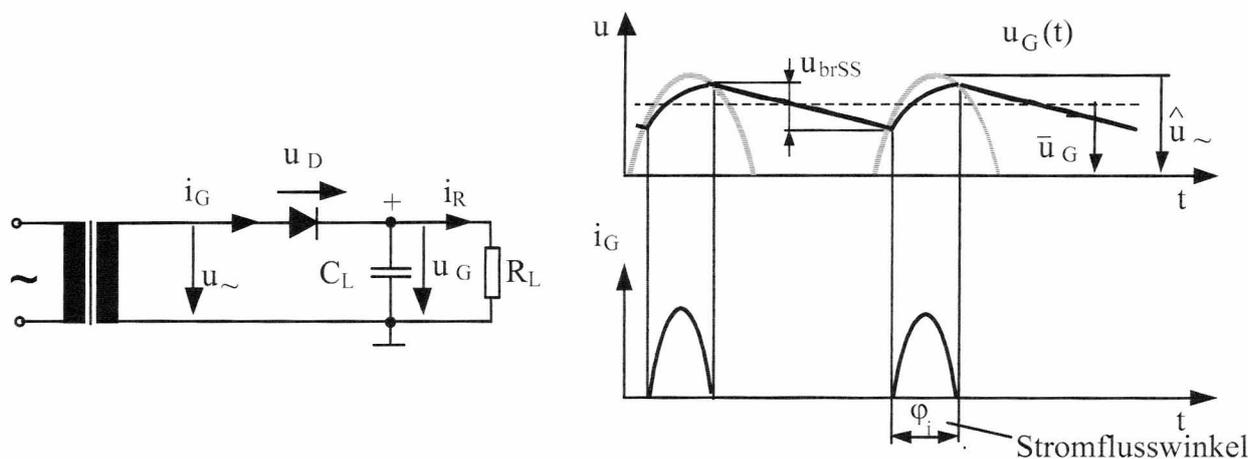


Abbildung 6.6: Einweggleichrichtungsschaltung bzw. entsprechende zeitliche Strom- und Spannungsverläufe.

Der Ladestrom durch den Gleichrichter fließt nur während der positiven Halbwelle der Speisenspannung  $u_{\sim}$  (Diode in Durchlassrichtung) und nur dann, wenn diese größer ist als die Summe der Spannung am Ladekondensator  $u_G$  und der Durchlassspannung der Diode  $u_D$ . Die Zeit, während der ein Ladestrom fließt, wird durch den Stromflusswinkel  $\varphi_i$  ausgedrückt. Die Leerlaufspannung  $U_{G0} = \bar{u}_G(R_L \rightarrow \infty)$  beträgt

$$U_{G0} = \sqrt{2} U_{\sim} - U_D. \quad (6.9)$$

Mit zunehmender Belastung der Schaltung durch  $R_L$  sinkt die Spannung  $u_G$  immer weiter ab, die Nachladedauer und somit der Stromflusswinkel  $\varphi_i$  nehmen zu. Der Spannungsabfall am Kondensator schwankt mit der Frequenz von  $u_{\sim}$  um den Mittelwert  $\bar{u}_G$ . Diese Schwankung wird als Brummspannung  $u_{Br}$  bezeichnet.

### 6.4.2 Brückenschaltung

Das Verhältnis von Nachlade- und Entladezeit lässt sich im Vergleich zur Einweggleichrichterschaltung wesentlich verbessern, indem man den Glättungskondensator  $C_L$  während der positiven und der negativen Halbwelle auflädt. Das wird mit der Brückenschaltung (Abbildung 6.7) erreicht. Die Leerlaufspannung  $U_{G0} = \bar{u}_G(R_L \rightarrow \infty)$  beträgt

$$U_{G0} = \sqrt{2} U_{\sim} - 2 U_D. \quad (6.10)$$

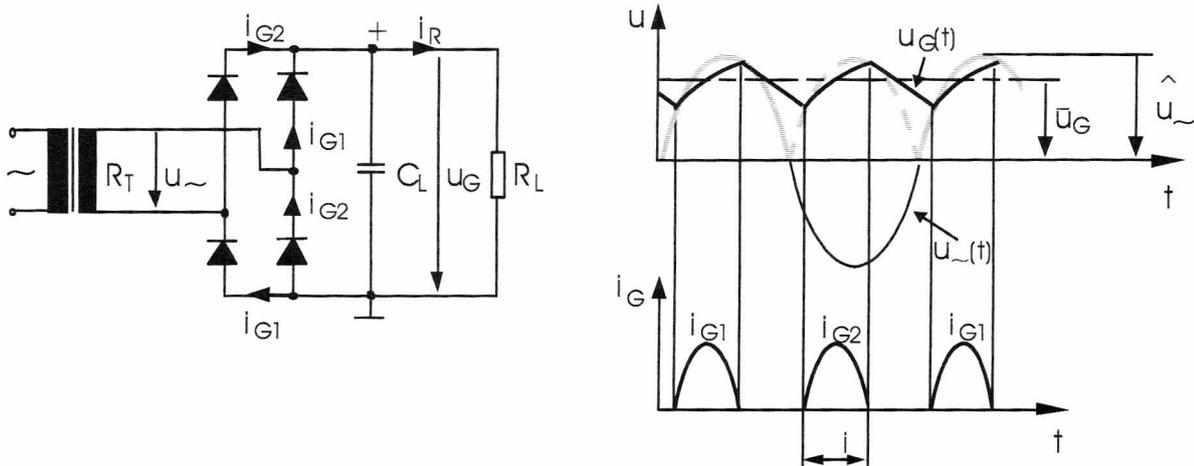


Abbildung 6.7: Brückengleichrichtungsschaltung bzw. entsprechende zeitliche Strom- und Spannungsverläufe.

Wie bei der Einweggleichrichtung sinkt mit zunehmender Belastung der Schaltung durch  $R_L$  (also mit kleiner werdendem Widerstandswert!) die Spannung  $u_G$  immer weiter ab. Da der Kondensator während jeder Halbwelle nachgeladen wird ist bei gleichen Werten von  $C_L$  und  $R_L$  die Brummspannung jedoch nur etwa halb so groß wie bei der Einweggleichrichtung.

### 6.4.3 Spannungsverdopplerschaltung

Kombiniert man zwei Einweggleichrichter für die beiden Halbwellen der Speisespannung, können mit der positiven bzw. negativen Halbwelle der Speisespannung jeweils unterschiedliche Kondensatoren aufgeladen werden. Eine Serienschaltung dieser beiden Kondensatoren hat eine Verdopplung der mit einem Einweggleichrichter erreichbaren Spannungswert zur Folge, man spricht von einer sogenannten Spannungsverdopplerschaltung (Abbildung 6.8).

Die positive Halbwelle der Speisespannung  $u_{\sim}$  lädt  $C_1$  auf, die negative  $C_2$ . Für den Verbraucher liegen die Spannungen an  $C_1$  und  $C_2$  in Serie, die Spannung  $u_G$  ist also doppelt so groß wie bei der Einweggleichrichtung (Die Brummspannung hat aber vergleichsweise eine kleinere Amplitude).

## 6.5 Fourieranalyse

Mit der Fourier-Transformation, die zur Gruppe der Integraltransformationen gehört, gelingt es, eine grosse Klasse von Signalen im Frequenzbereich zu beschreiben. In ähnlicher Weise wie sich ein periodisches Signal mittels einer Fourier-Reihen-Zerlegung als Summe von diskreten Sinus- und Cosinusfunktionen darstellen lässt (entspricht diskreten Spektrallinien bei ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz), kann für ein *nicht*-periodisches Signal  $u(t)$  mit Hilfe der Fourier-Transformation ein kontinuierliches Frequenzspektrum angegeben werden, vorausge-

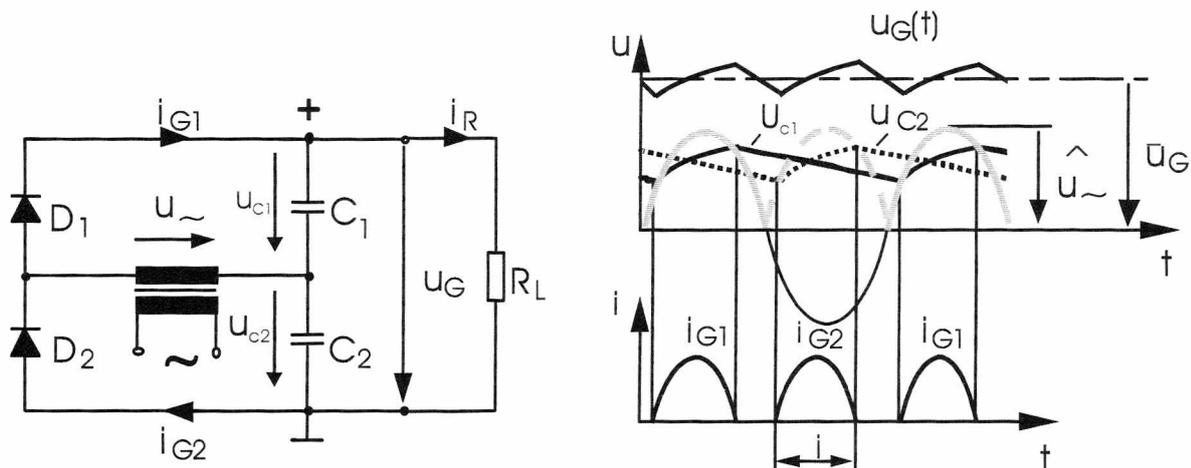


Abbildung 6.8: Spannungverdopplerschaltung.

setzt die Existenz der Fourier-Transformierten ist dabei gewährleistet. So ist z.B. die absolute Integrierbarkeit des ursprünglichen Signals eine hinreichende Bedingung für die Existenz des Fourierintegrals. Weiters müssen noch Bedingungen hinsichtlich Unstetigkeitsstellen und Extrema erfüllt sein. Der interessierte Leser sei in diesem Zusammenhang auf [3, 9] verwiesen. Die Fouriertransformation eines kontinuierlichen Signals ist dann definiert als

$$\underline{V}(f) = F\{v(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} v(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (6.11)$$

und führt das Zeitsignal  $v(t)$  in seine Fourier-Transformierte  $\underline{V}(f)$  über. Umgekehrt lässt sich durch die inverse Fouriertransformation  $\underline{V}(f)$  mit

$$v(t) = F^{-1}\{\underline{V}(f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{V}(f)e^{j2\pi ft} df \quad (6.12)$$

in den Zeitbereich rücktransformieren. Für eine umfassende Betrachtung der theoretischen Grundlagen sei an dieser Stelle z.B. auf [3, 9, 10] verwiesen.

### 6.5.1 Die diskrete Fouriertransformation (DFT)

Die diskrete Fourier-Transformation (DFT) einer (*zeit-*)diskreten Folge  $x[n]$  ist definiert als

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (6.13)$$

Die Rücktransformation lautet

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (6.14)$$

Mit der diskreten Fourier-Transformation ist es möglich, das allgemeine Fourier-Integral nach Gleichung 6.11 numerisch auszuwerten. Dabei wird das abgetastete Signal  $x[n]$  außerhalb des Abtastfensters periodisch fortgesetzt. Somit kann mit endlich vielen Abtastwerten des zeitkontinuierlichen Signals das DFT-Spektrum des Signals bestimmt, und umgekehrt aus endlich vielen Spektralwerten die Folge der Abtastwerte des Zeitsignals rekonstruiert werden. Vorsicht sei aber bei der Interpretation des DFT-Spektrums einer diskreten Sequenz angebracht: Das DFT-Spektrum ist nicht die Fourier-Transformierte der endlichen Signalsequenz  $x[n]$ . Nachzulesen in [9, 3].

Die grosse Bedeutung der DFT in der digitalen Signalverarbeitung beruht nicht zuletzt auf dem Vorhandensein schneller Algorithmen, die eine effiziente Berechnung der DFT ermöglichen. Diese unter dem Begriff FFT-Algorithmen (Fast-Fourier-Transformation) zusammengefassten Algorithmen nutzen Periodizität und Symmetrie des komplexen Faktors  $e^{-j(\frac{2\pi}{N})}$  bei der Optimierung der Laufzeit aus. Für detailliertere Betrachtungen sei auf weiterführende Literatur wie z.B. auf [3] verwiesen.

## 6.6 Auto- und Kreuzkorrelation

Bei der Erfassung physikalischer Größen treten neben systematischen Abweichungen auch immer stochiastische Störungen auf. Je nach Ausprägung bzw. Art der Anwendung empfiehlt sich der Einsatz von Korrelationsverfahren. Beispielsweise können auf diese Art und Weise Signallaufzeiten oder Signalleistungen bestimmt werden, um nur einige Anwendungen zu nennen. Im Folgenden wird bei der Definition der Auto- bzw. Kreuzkorrelationsfunktion von ergodischen Prozessen<sup>3</sup> ausgegangen.

Die Autokorrelationsfunktion (AKF) bzw. die Kreuzkorrelationsfunktion (KKF) ergibt sich durch Bestimmung der entsprechenden gemischten Momente gemäß

$$\Phi_{xx}(\tau) = E\{x(t)x(t + \tau)\}, \quad (6.15)$$

$$\Phi_{xy}(\tau) = E\{x(t)y(t + \tau)\}. \quad (6.16)$$

Unter den getroffenen Annahmen, lässt sich die Autokorrelationsfunktion auch wie folgt definieren

$$\Phi_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t + \tau)dt. \quad (6.17)$$

Es wird also die Messgröße  $x(t)$  mit der um  $\tau$  verschobenen Größe multipliziert und anschließend der Mittelwert gebildet. Mit Hilfe der Autokorrelationsfunktion ist es möglich, periodische Anteile in stark verrauschten Signalen zu finden. Je weniger periodische Signalanteile ein Signal

---

<sup>3</sup>Ein stochiastischer Prozess heißt ergodisch, wenn er stationär ist und das Zeitmittel jeder beliebigen Musterfunktion dem Scharmittel entspricht. In diesem Fall können Eigenschaften wie z.B. Mittelwert oder eben die Korrelation durch Mittelung über die Zeit geschätzt werden.

hat, desto rascher klingt die AKF  $\Phi_{xx}(\tau)$  ab.

Analog dazu lässt sich die Kreuzkorrelation gemäß Gleichung 6.18 definieren. Das zu untersuchende Signal wird mit einem bekannten Signal multipliziert und anschließend der Mittelwert gebildet.

$$\Phi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)y(t + \tau)dt. \quad (6.18)$$

Man beachte die Ähnlichkeit der Kreuzkorrelation mit der Faltungsoperation.

Bei der Abtastung von analogen Signalen entstehen entsprechende diskrete Zahlenfolgen, wie im Abschnitt 6.2 bereits beschrieben:

$$x[n] = x(T_0 + nT_a) \quad (6.19)$$

$$y[n] = y(T_0 + nT_a) \quad (6.20)$$

Für solche Zahlenfolgen lassen sich die diskrete AKF und KKF wie folgt definieren<sup>4</sup>:

$$\Phi_{xx}[k] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=-N}^N x[n]x[n + k] \quad (6.21)$$

$$\Phi_{xy}[k] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=-N}^N x[n]y[n + k] \quad (6.22)$$

Für praktische Anwendungen können natürlich immer nur endlich viele Messpunkte für die Berechnung von AKF und KKF verwendet werden, man erhält dann Schätzwerte für die wahren Korrelationsfunktionen. Weiters ist es in vielen Fällen vorteilhaft, Messwerte vor der Berechnung von Korrelationsfunktionen um deren Mittelwerte

$$\bar{x} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=-N}^N x[n] \quad (6.23)$$

$$\bar{y} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=-N}^N y[n] \quad (6.24)$$

zu befreien. Man erhält damit Kovarianzfunktionen, die Autokovarianzfunktion  $C_{xx}$  und die Kreuzkovarianzfunktion  $C_{xy}$ :

$$C_{xx}[k] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^N (x[n] - \bar{x})(x[n + k] - \bar{x}) \quad (6.25)$$

$$C_{xy}[k] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^N (x[n] - \bar{x})(y[n + k] - \bar{y}) \quad (6.26)$$

---

<sup>4</sup>Es existieren weitere, abweichende Definitionen für die diskrete AKF und KKF.

Der Unterschied zwischen den beiden Varianten ist in den Abb. 6.10 und 6.11 dargestellt. Durch den Offset wird der frequenzabhängige Anteil in Abb. 6.11 unterdrückt. Bei Berechnung von Kovarianzfunktionen (Gl. 6.25) wäre das Ergebnis für beide Eingangssignale hingegen gleich. Anmerkung: liegt der Index  $n$  außerhalb der Länge von  $x$  oder  $y$  so wird der entsprechende Wert  $x[n]$  bzw.  $y[n]$  null gesetzt. Das entspricht der Multiplikation des ursprünglichen, unendlich ausgedehnten Signals mit einem Rechteckfenster.

### 6.6.1 Beispiele für Korrelationssignale

In Abbildung 6.9 sind ein Rechtecksignal und die zugehörige normierte AKF dargestellt. Normierte Korrelationsfunktionen erhält man, indem durch die jeweiligen Signalenergien dividiert wird. Da in praktischen Anwendungsfällen nur endlich viele Punkte zur Berechnung der AKF verwendet werden können, tritt immer eine Überlagerung mit der AKF des (Rechteck-) Fensters auf. Das ist auch der Grund, warum in Abb. 6.10 die Amplituden mit zunehmender Verschiebung abnehmen. Eine Anwendung der KKF zur Laufzeitmessung ist in Abbildung 6.12 dargestellt; auf ähnliche Art kann beispielsweise bei GPS (Global Position System) die Position eines Empfängers über Laufzeitbestimmungen ermittelt werden. Abbildung 6.13 zeigt mittelwertfreies Gauß-verteiltetes Rauschen und die zu diesem Signalausschnitt berechnete normierte AKF. Die normierte AKF von weißen Rauschen ist tatsächlich die Kroneckerfunktion. Wegen der endlichen Länge des Signalvektors  $x$  in Abbildung 6.13 geht die Korrelationsfunktion für  $k \neq 0$  jedoch nicht sofort gegen Null, sondern es verbleiben zufällige Abweichungen.

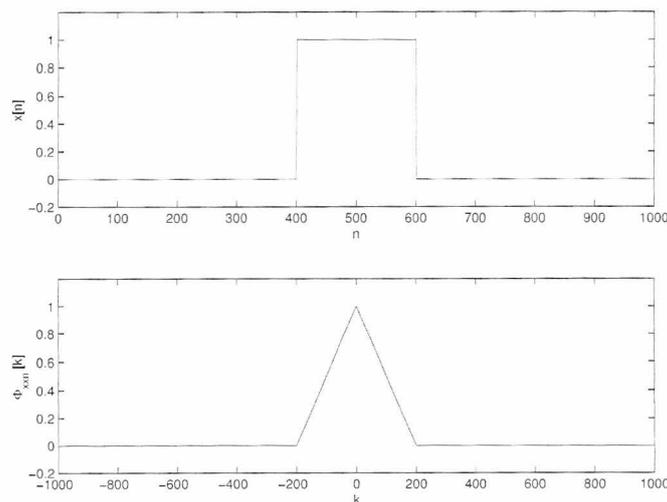


Abbildung 6.9: Rechtecksignal und zugehörige normierte AKF.

### 6.6.2 Eigenschaften der Korrelationsfunktion

- Die AKF ist eine symmetrische (gerade) Funktion, d.h. es gilt  $\Phi_{xx}[-k] = \Phi_{xx}[k]$ .

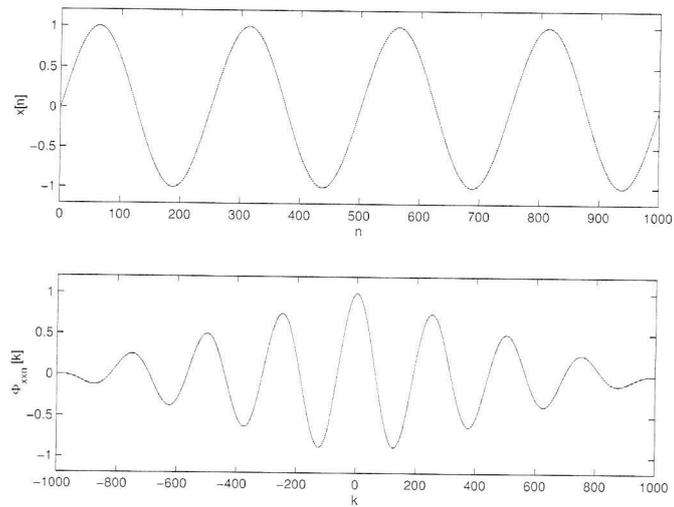


Abbildung 6.10: Gefensterter Sinussignal und zugehörige normierte AKF.

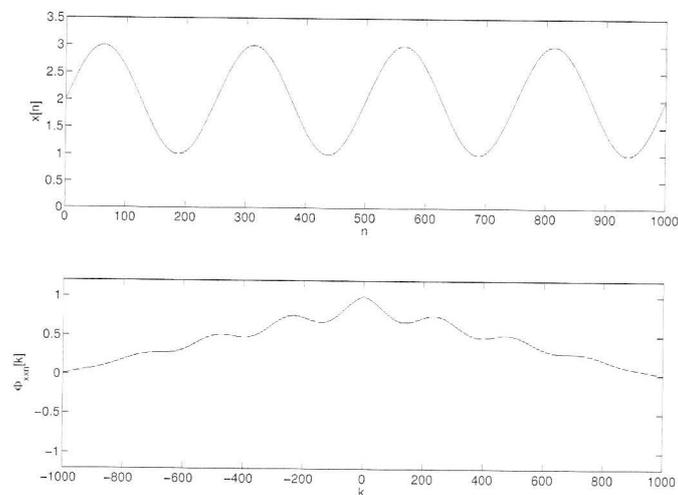


Abbildung 6.11: Gefensterter offsetbehaftetes Sinussignal und zugehörige normierte AKF nach (6.21).

- Das (absolute) Maximum der AKF liegt immer bei  $k = 0$  und ihr Wert ist proportional der Signalleistung.
- Für periodische Signale ist auch die AKF periodisch (Anmerkung: Die in Abb. 6.10 und 6.11 gezeigten Signale sind mit einem Rechteckfenster beschnitten und somit nicht periodisch.).
- Die "Breite" der AKF ist ein Maß für die Bandbreite des Signals: Je rascher sie gegen Null absinkt, desto breiter ist das Spektrum (siehe dazu auch Abbildung 6.13).

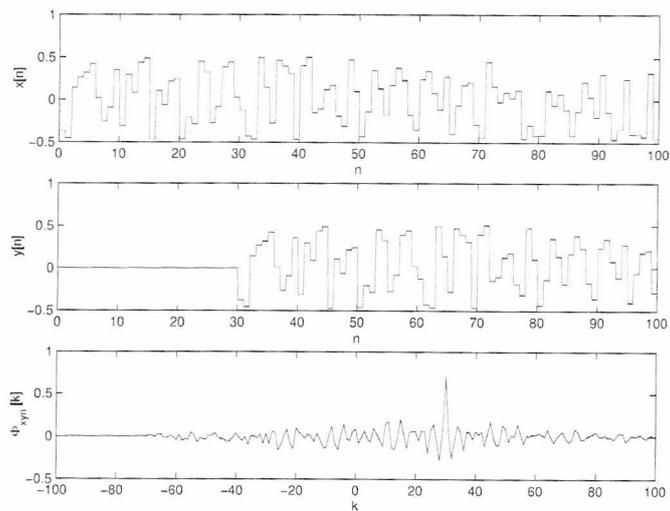


Abbildung 6.12: Anwendung der KKF zur Laufzeitmessung:  $y[n]$  ist eine verzögerte Kopie von  $x[n]$ . Das Maximum der KKF liegt bei jenem Verschiebungswert  $k_m$ , bei dem die beiden Eingangssignale die größte Ähnlichkeit haben; die Laufzeit kann aus  $k_m$  und der Abtastrate bestimmt werden.

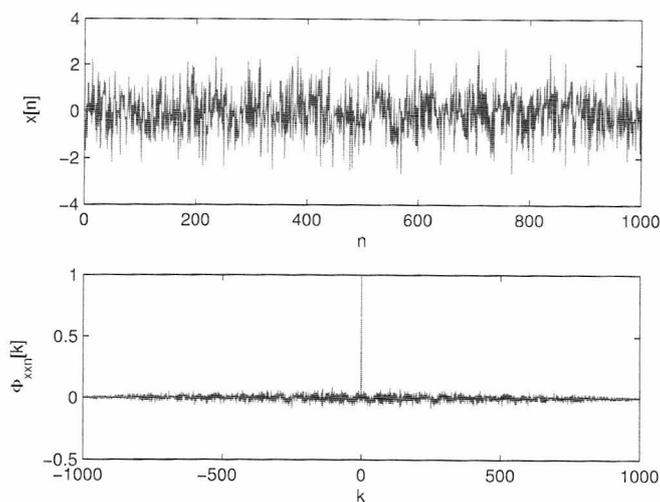


Abbildung 6.13: Mittelwertfreies Gauß-verteiltetes weißes Rauschen und zugehörige normierte AKF.

- Die KKF ist symmetrisch bezüglich Vertauschung der Indizes:  $\Phi_{xy}[k] = \Phi_{yx}[-k]$ .

Mittels KKF kann eine Leistungsmessung durchgeführt werden, wenn beispielsweise  $x[n]$  einer Spannung und  $y[n]$  einem Strom zugeordnet ist;  $\Phi_{xy}[0]$  entspricht dann der umgesetzten elektrischen Leistung.

## 6.7 Datenerfassungskarte PCI-6070E

Zur Messdatenaufnahme und -ausgabe wird in der Übung die Datenerfassungskarte PCI-6070E (Abbildung 6.14) der Firma National Instruments (NI) verwendet. Aufgrund ihrer Ausstattung kann die PCI-Steckkarte für verschiedenste Messaufgaben eingesetzt werden. Sie bietet 8 Analogeingänge und 2 Analogausgänge mit jeweils 12bit Auflösung. Weiters stehen 8 digitale Ein-/Ausgänge und 2 Zähler mit 24bit und 20MHz sowie analoge und digitale Trigger zur Verfügung. Eine interne Referenzspannungsquelle kann zur Selbstkalibrierung verwendet werden. Mit der Treibersoftware NI-DAQ können alle Ein- und Ausgabefunktionen mit dem Programm LabVIEW® (siehe Kapitel 6.9) vom PC aus gesteuert werden.

### 6.7.1 Analogeingänge

Es stehen 8 Differenzeingänge zur Verfügung, die auch als 16 massebezogene Eingänge verwendet werden können. Die Umschaltung erfolgt kanalweise mit der Treibersoftware. Alle Kanäle werden einem Messverstärker mit einstellbarer Verstärkung zugeführt. Dieser kann durch die interne Referenzspannungsquelle der Datenerfassungskarte kalibriert werden. Der Verstärker bietet Eingangsspannungsbereiche von  $\pm 0,05$  bis  $\pm 10V$ . Der nachfolgende AD-Umsetzer hat eine Auflösung von 12 bit. Die maximale Abtastfrequenz liegt bei 1,25MHz für alle Kanäle gemeinsam. Die Genauigkeiten der Kanäle für die verschiedenen Messbereiche können aus Tabelle 6.1 entnommen werden.

Nominal Range (V)		% of Reading		Offset (mV)	Absolute Accuracy		Temp Drift (%/°C)	Absolute Accuracy at Full Scale (mV)	Relative Accuracy	
Positive FS	Negative FS	24 Hrs	1 Year		Noise + Quantization (mV)	Averaged			Resolution (mV)	Single Pt.
10	-10	0.0672	0.0714	6.38	6.10	0.846	0.0010	14.369	7.37	1.11
5	-5	0.0272	0.0314	3.20	3.05	0.423	0.0005	5.193	3.68	0.557
2.5	-2.5	0.0672	0.0714	1.61	1.53	0.211	0.0010	3.605	1.84	0.278
1	-1	0.0672	0.0714	0.853	0.610	0.085	0.0010	1.452	0.737	0.111
0.5	-0.5	0.0672	0.0714	0.335	0.305	0.042	0.0010	0.735	0.368	0.056
0.25	-0.25	0.0672	0.0714	0.176	0.208	0.024	0.0010	0.379	0.238	0.032
0.1	-0.1	0.0672	0.0714	0.081	0.098	0.011	0.0010	0.183	0.111	0.015
0.05	-0.05	0.0672	0.0714	0.049	0.071	0.007	0.0010	0.091	0.082	0.009
10	0	0.0272	0.0314	3.20	3.05	0.423	0.0005	6.765	3.68	0.557
5	0	0.0672	0.0714	1.61	1.53	0.211	0.0010	5.391	1.84	0.278
2	0	0.0672	0.0714	0.853	0.610	0.085	0.0010	2.167	0.737	0.111
1	0	0.0672	0.0714	0.335	0.305	0.042	0.0010	1.092	0.368	0.056
0.5	0	0.0672	0.0714	0.176	0.208	0.024	0.0010	0.558	0.238	0.032
0.2	0	0.0672	0.0714	0.081	0.098	0.011	0.0010	0.235	0.111	0.015
0.1	0	0.0672	0.0714	0.049	0.071	0.007	0.0010	0.127	0.082	0.009

Note: Accuracies are valid for measurements following an internal E-Series calibration. Averaged numbers assume dithering and averaging of 100 single-channel readings. Measurement accuracies are listed for operational temperatures within  $\pm 1^\circ\text{C}$  of internal calibration temperature and  $\pm 10^\circ\text{C}$  of external or factory-calibration temperature. One-year calibration interval recommended. The Absolute Accuracy at Full Scale calculations were performed for a maximum range input voltage, for example, 10 V for the  $\pm 10\text{V}$  range) after one year, assuming 100 pt averaging of data.

Tabelle 6.1: PCI-6070E Genauigkeit der Analogeingänge (aus NI 607xE Data Sheet).

### 6.7.2 Analogausgänge

Die Datenerfassungskarte hat 2 Analogausgänge mit wählbarem Ausgangsspannungsbereich von  $\pm 10V$  oder  $0 - 10V$ . Der maximale Ausgangsstrom ist 5mA. Die beiden DA-Umsetzer haben

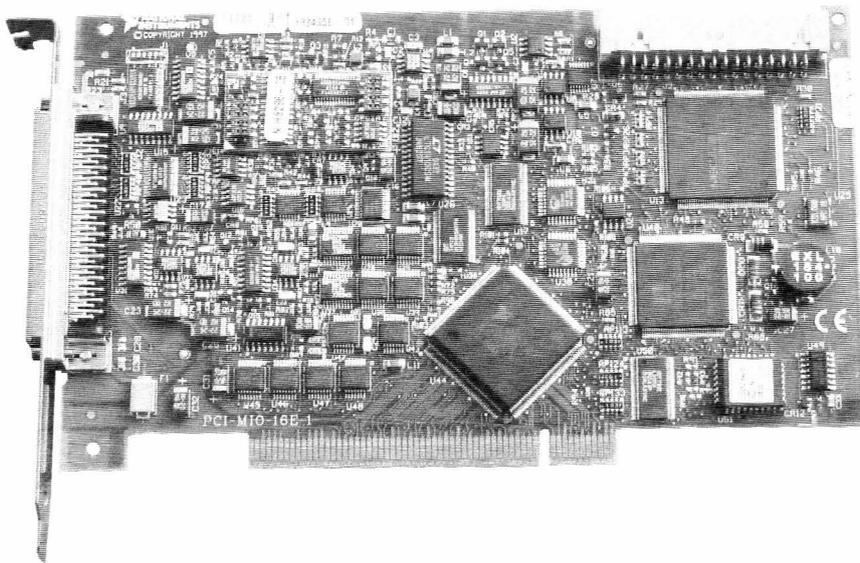


Abbildung 6.14: Datenerfassungskarte NI PCI-6070E.

eine Auflösung von 12bit. Die Datenausgabe kann mit maximal 1 Million Werte pro Sekunde erfolgen. Die Genauigkeiten der Ausgänge sind in Tabelle 6.2 gezeigt.

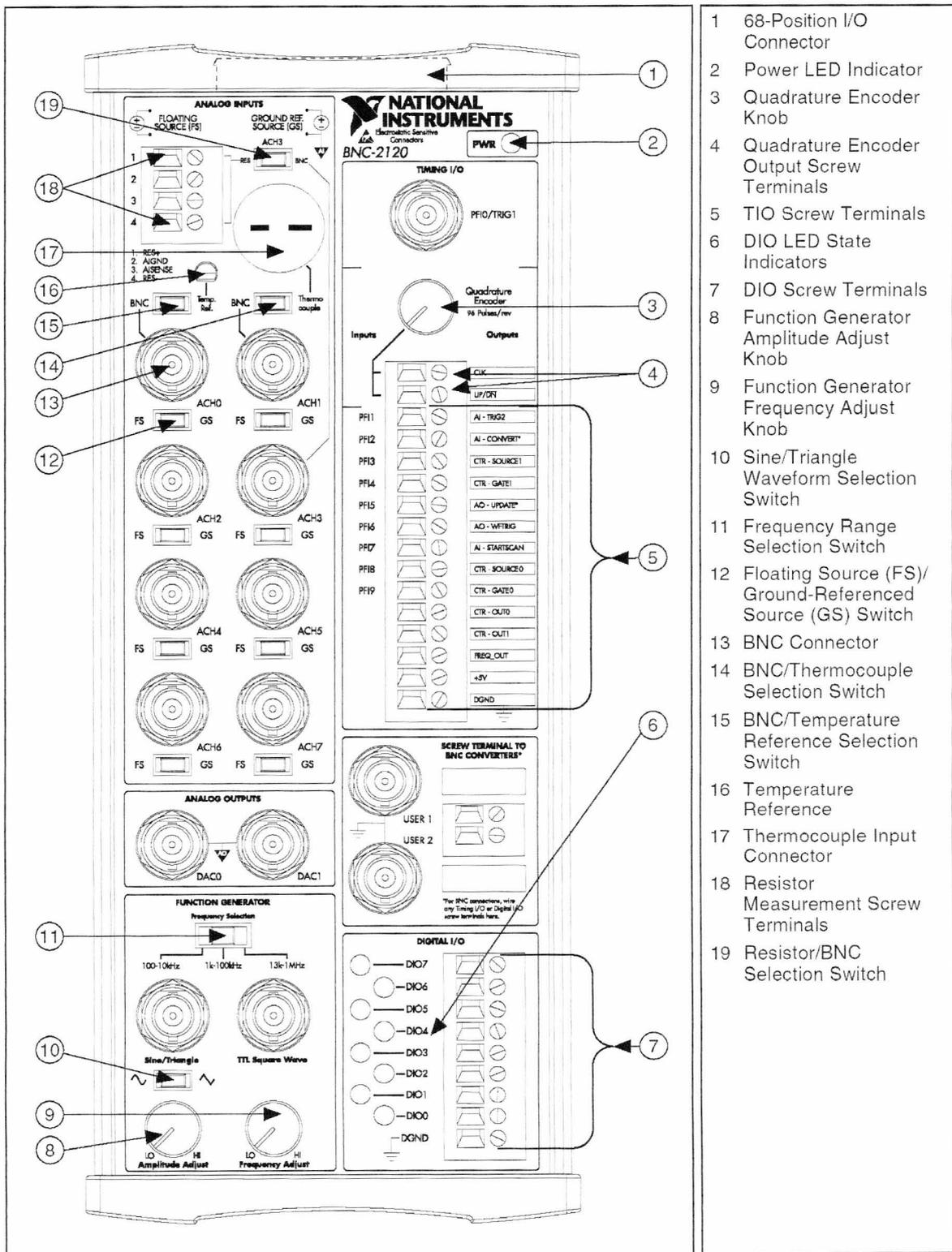


Abbildung 6.15: Anschlussblock NI BNC-2120 (aus NI BNC-2120 User Guide).

Nominal Range (V)		Absolute Accuracy					Temp	Absolute Accuracy at Full Scale (mV)
		% of Reading			Temp			
Positive FS	Negative FS	24 Hrs	90 Days	1 Year	Offset (µV)	Drift (%/°C)		
10	-10	0.0177	0.0197	0.0219	5.93	0.0005	8.127	
10	0	0.0177	0.0197	0.0219	3.49	0.0005	5.685	

Note: Temp Drift applies only if ambient is greater than ±10 °C of previous external calibration.

Tabelle 6.2: PCI-6070E Genauigkeit der Analogausgänge (aus NI 607xE Data Sheet).

## 6.8 Anschlussblock BNC-2120

Der geschirmte Anschlussblock BNC-2120 (Abbildung 6.15) von National Instruments ermöglicht unkompliziertes Verbinden von Messleitungen. Er ist durch ein spezielles Datenkabel mit der Datenerfassungskarte verbunden. Der Block beinhaltet verschiedene analoge und digitale Ein- und Ausgänge. Darüberhinaus bietet er noch einige Zusatzfunktionen. Die wichtigsten Elemente der Bedienoberfläche werden im folgenden kurz beschrieben:

- Es stehen 8 Analogeingänge zur Verfügung, die mit den Differenzeingängen der Datenerfassungskarte aufgenommen werden können. Die Eingänge sind als BNC-Stecker (ACH0 - ACH7) ausgeführt (13). Die Kanäle können zur Messung von massegebundenen Spannungsquellen (Ground-Referenced Source, GS) oder potentialfreien Spannungsquellen (Floating Source, FS) verwendet werden (siehe Abbildung 6.16). Die Umschaltung erfolgt für jeden Kanal getrennt mit den Schaltern (12). Zur potentialfreien Messung wird der negative Eingang des Messverstärkers der Datenerfassungskarte über einen Widerstand von 4,99kΩ mit Masse verbunden (siehe Abbildung 6.17). Es ist immer auf die für die jeweilige Messaufgabe richtige Einstellung zu achten.
- Die Kanäle 0 und 1 können wahlweise auch zur Temperaturmessung verwendet werden. Mit Schalter (15) wird Kanal 0 zwischen BNC-Stecker und interner Temperaturreferenz (16) umgeschaltet. Schalter (14) wechselt für Kanal 1 zwischen BNC und dem Thermoelement-Anschluss (17).
- Zur Widerstandsmessung kann Kanal 3 mit Schalter (19) auf die Schraubklemmen (18) umgeschaltet werden. Mit der entsprechenden Software wird der Widerstandswert aus der gemessenen Spannung am Widerstand und dem Spannungsabfall an einem internen Referenzwiderstand der Datenerfassungskarte berechnet.
- Die 2 Analogausgänge sind als BNC-Stecker (DAC0 und DAC1) ausgeführt.
- Die 8 digitalen Ein-/Ausgänge (DIO0 - DIO7) sind auf Schraubklemmen geführt (7). Die danebenliegenden LED's (6) leuchten, wenn der entsprechende Kanal auf "high"-Potential liegt.
- Ein integrierter Funktionsgenerator liefert Sinus-, Dreieck- oder TTL-kompatible Rechtecksignale (10). Die Frequenz kann zwischen 100Hz und 1MHz eingestellt werden (9,11). Für Sinus und Dreieck kann die Signalamplitude zwischen  $60\text{mV}_{p-p}$  und  $4,4\text{V}_{p-p}$  gewählt werden (8).

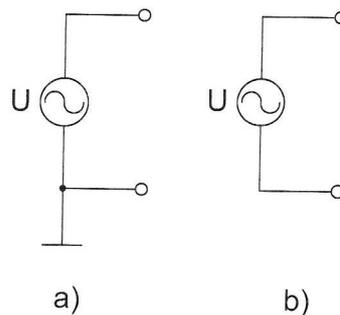


Abbildung 6.16: Massebezogene (a) und potentialfreie Spannungsquelle (b).

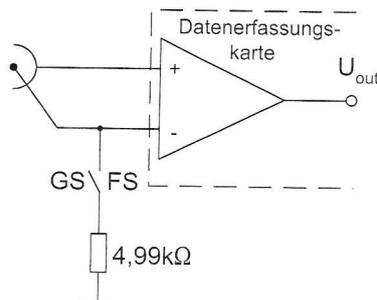


Abbildung 6.17: Konfiguration des Anschlussblocks BNC-2120 zur Messung massegebundener (GS) und potentialfreier (FS) Spannungen.

- Der Triggereingang ist als BNC-Stecker ausgeführt. Daneben gibt es noch weitere Timing-I/O-Kanäle für spezielle Aufgaben (5).

## 6.9 Einführung in LabVIEW<sup>®</sup>

LabVIEW<sup>®</sup> ist eine grafische Programmiersprache, die Symbole anstelle von Text verwendet, um Applikationen zu erstellen. Im Gegensatz zu text-basierten Programmiersprachen, bei denen die Programmausführung von Anweisungen gesteuert wird, verwendet LabVIEW<sup>®</sup> die Datenfluss-Programmierung, bei welcher der Fluss der Daten die Ausführung steuert. In LabVIEW<sup>®</sup> erstellen Sie eine Benutzeroberfläche mit Hilfe einer Sammlung von Werkzeugen und Objekten. Die Benutzeroberfläche wird als *Frontpanel* bezeichnet. Sie fügen Code hinzu, indem Sie grafische Darstellungen von Funktionen zum Steuern der Frontpanel-Objekte verwenden. Dieser Code ist im Blockdiagramm enthalten. In mancher Hinsicht ähnelt dieses Blockdiagramm einem Flussdiagramm. Für die Entwicklung spezieller Applikationen ist eine Reihe von Software- Werkzeugsätzen ("Add-Ons") zur Erweiterung von LabVIEW<sup>®</sup> erhältlich. All diese Werkzeugsätze lassen sich nahtlos in LabVIEW<sup>®</sup> integrieren.

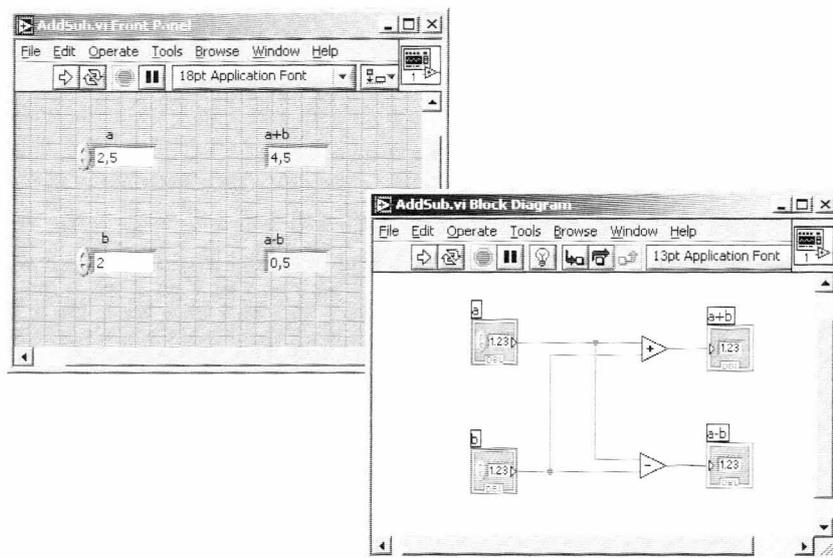


Abbildung 6.18: Ein einfaches LabVIEW<sup>®</sup> –Programm. Das Frontpanel erscheint als Fenster mit grauem Hintergrund, das Blockdiagramm-Fenster hat einen weißen Hintergrund.

LabVIEW<sup>®</sup> ist für die Kommunikation mit Hardware wie beispielsweise GPIB, VXI, PXI, RS-232 und RS-485 umfassend ausgerüstet und kann Datenerfassungshardware, Bilddatenerfassungskarten sowie Motion-Control Geräte ansprechen. LabVIEW<sup>®</sup> verfügt auch über Leistungsmerkmale um Applikationen Internet-fähig machen zu können. Des weiteren sind umfangreiche Bibliotheken zur Erfassung, Analyse, Präsentation und Speicherung von Daten im Programmpaket enthalten. Das Programm bietet aber auch zahlreiche Mechanismen mit denen externer Code oder externe Software über Shared Libraries, ActiveX und vieles mehr genutzt werden kann.

### 6.9.1 Die Programmierumgebung

Die LabVIEW<sup>®</sup> –Programme werden als virtuelle Instrumente oder VIs bezeichnet, da mit Erscheinungsbild und Funktion physische Instrumente wie beispielsweise Oszilloskope und Multimeter nachgebildet werden. Jedes VI arbeitet mit Funktionen, durch die Eingaben von der Benutzeroberfläche oder aus anderen Quellen verarbeitet werden. Diese Informationen werden dann angezeigt oder in andere Dateien oder auf andere Computer verschoben. Ein VI enthält die folgenden drei Komponenten:

- Frontpanel: Dient als Benutzeroberfläche.
- Blockdiagramm: Enthält den grafischen Quellcode, mit dem die Funktion des VIs definiert wird.

- Symbol und Anschlussfeld: Identifiziert das VI, so dass Sie das VI in einem anderen VI verwenden können.

Ein VI, das einem anderen VI untergeordnet ist, wird als Sub-VI bezeichnet. Ein Sub-VI entspricht den Subroutinen in textbasierten Programmiersprachen. Die Ein- und Ausgabeparameter werden als Anschlüsse dargestellt (Abbildung 6.19). LabVIEW® 7 Express bietet spezielle Express-VIs zur schnellen Programmierung von häufig vorkommenden Standardaufgaben (Abbildung 6.20). Die Konfiguration der Messaufgabe erfolgt durch Dialogfenster.



Abbildung 6.19: Sub-VI zur Mittelwertberechnung.

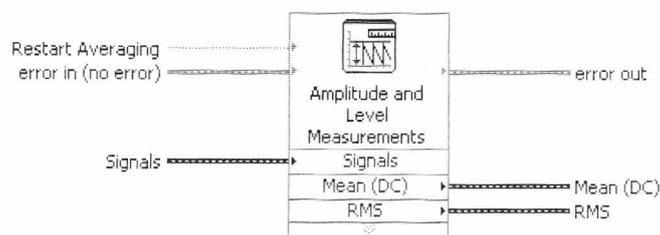


Abbildung 6.20: Express-VI für Amplituden- und Pegelmessungen.

## Das Frontpanel

Das Frontpanel (siehe Abbildung 6.18) ist die Benutzeroberfläche des VIs. Das Frontpanel wird mit Hilfe von Bedien- und Anzeigeelementen erstellt. Dies sind die interaktiven Eingangs- bzw. Ausgangsanschlüsse des VIs. Bedienelemente sind Drehknöpfe, Drucktasten, Drehregler und ähnliche Eingabegeräte. Anzeigeelemente sind z.B. Graphen, LEDs und numerische Anzeigen. Mit den Bedienelementen werden die Eingänge von Instrumenten simuliert und Daten an das Blockdiagramm des VIs übergeben. Mit Anzeigeelementen werden die Ausgänge von Instrumenten simuliert und die Daten angezeigt, die das Blockdiagramm sammelt oder erzeugt.

## Das Blockdiagramm

Nachdem Sie das Frontpanel erstellt haben, können Sie mit Hilfe der grafischen Darstellungen von Funktionen Code hinzufügen, um die Frontpanel-Objekte zu steuern. Der grafische Quellcode ist im Blockdiagramm (Fenster mit weißem Hintergrund in Abbildung 6.18) enthalten. Frontpanel-Objekte erscheinen im Blockdiagramm als Anschlüsse. Darüber hinaus enthält das Blockdiagramm Funktionen und Strukturen integrierter LabVIEW® -VI-Bibliotheken. Durch

Am analogen Ausgang Analog Out CH0 des BNC-2120 sollen Spannungen von 0 V bis 9,5 V in Schritten von 0,5 V mit einer Ausgaberate von 50 ms ausgegeben werden. Die Ausgangsspannung soll mit einem Oszilloskop gemessen werden.

## Aufgabe 2: Aufnahme einer Diodenkennlinie

In dieser Übung ist die Abhängigkeit des Diodenstromes  $I_D$  von der Diodenspannung  $U_D$  aufzunehmen, welche sich für den Durchlassbereich durch folgende Beziehung angeben lässt:

$$I_D = I_{DS} \left( e^{\frac{U_D}{m U_\vartheta}} - 1 \right) \quad (6.27)$$

$I_{DS}$  Diodensperrstrom (wird in dieser Übung nicht ermittelt)  
 $U_\vartheta = k\vartheta/e_0$  Temperaturspannung,  $U_\vartheta = 25,5 \text{ mV}$  bei Raumtemperatur  $\vartheta = 296 \text{ K}$   
 $m$  Korrekturfaktor,  $m = 1 \dots 2$  (wird in dieser Übung nicht ermittelt)

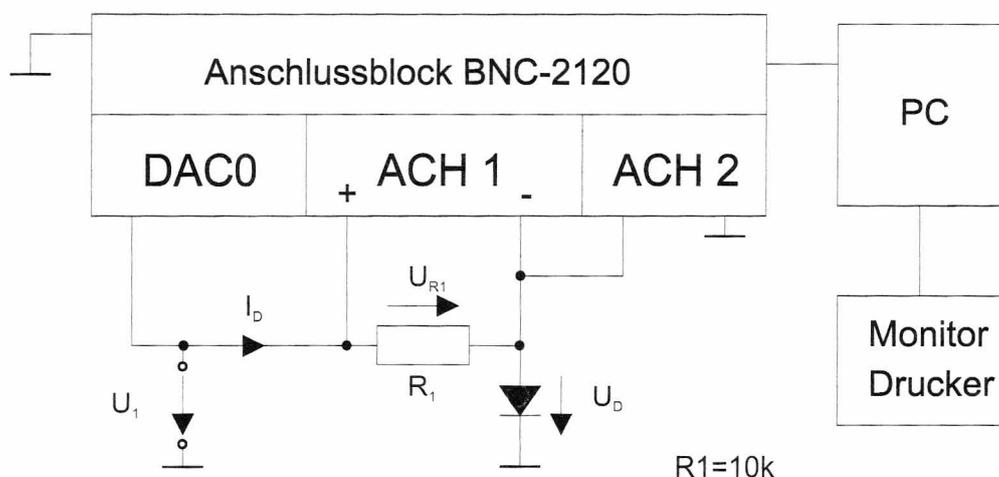


Abbildung 6.25: Schaltung zur Aufnahme einer Diodenkennlinie

Das für die Aufgabe 1 erstellte VI soll dazuerweitert werden und in LabVIEW<sup>®</sup> ein VI mit dem Namen "DIODE.VI" erstellt werden, das die Messungen vollautomatisch durchführt sowie die aufgenommene Kennlinie grafisch darstellt. Die Messschaltung für diese Aufgabe ist in Abbildung 6.25 dargestellt.

Von dem zu erstellenden VI sollen mit der Datenerfassungskarte nacheinander verschiedene Spannungswerte  $U_1$  vorgegeben und sowohl der durch die Diode fließende Strom  $I_D$  als auch die an der Diode auftretende Spannung  $U_D$  aufgenommen werden. Der Diodenstrom  $I_D$  kann durch den Spannungsabfall  $U_R$  am bekannten Widerstand  $R$  bestimmt werden. Nach Abschluss dieser programmgesteuerten Messreihe sollen die aufgenommenen Daten in Form einer Diodenkennlinie  $I_D = f(U_D)$  mit entsprechender Skalierung dargestellt werden.

### Aufgabe 3: Aufnahme eines Spannungssignals, Demonstration des Aliasing-Effektes

In einem Versuch soll mit Hilfe eines Funktionsgenerators als Signalquelle der zeitliche Verlauf eines Spannungssignals aufgenommen sowie dessen Frequenzspektrum dargestellt werden. Die benötigten Einstellungen am Datenerfassungsgerät sowie die Übernahme der Messdaten sollen dabei programmgesteuert mit Hilfe von LabVIEW<sup>®</sup> vorgenommen werden. Zur Berechnung des Spektrums stellt LabVIEW<sup>®</sup> ein sogenanntes Express-VI zur Verfügung. Stellen Sie sowohl den zeitlichen Verlauf als auch das Spektrum am Frontpanel von LabVIEW<sup>®</sup> dar. Stellen Sie zunächst ein Sinussignal mit  $f_s \approx 1 \text{ kHz}$  ein.

- Vergleichen Sie das Signal im Frequenz und im Zeitbereich bei unterschiedlichen Frequenzen im zulässigen Bereich.
- Ändern Sie die Signalfrequenz auf die Abtastrate. Welche Frequenz erscheint nach der Abtastung? Wie sehen Dreieck- und Rechtecksignale bei Verletzung des Abtasttheorems aus?
- Wählen Sie wieder eine Signalfrequenz unterhalb der maximal zulässigen Frequenz für die Vermeidung von Aliasing. Erhöhen Sie die Frequenz langsam, bis sie knapp *unter* der halben Abtastfrequenz steht. Wie sieht das Signal jetzt im Zeitbereich aus? Wird noch korrekt abgetastet?
- Welche Effekte treten bei Dreieck- und Rechtecksignalen auf?

### Aufgabe 4: Messung von Mittelwert, Gleichrichtwert und Effektivwert

Das von einem Funktionsgenerator ausgegebene sinusförmige Spannungssignal  $u(t)$  mit  $U = 5 \text{ V}$  und einer Signalfrequenz von  $f = 500 \text{ Hz}$  soll in LabVIEW<sup>®</sup> analysiert werden. Das in Aufgabe 3 erstellte virtuelle Instrument (VI) soll wie folgt erweitert werden: Das Signal wird mit einer Frequenz von  $f_a = 10 \text{ kHz}$  abgetastet (Eckfrequenz des Anti Aliasing Filters entsprechend einstellen!) und am Front-Panel dargestellt werden. Folgende Signalgrößen sind mittels *selbst erstellter* VIs zu ermitteln und darzustellen:

- Spitzenwert
- Arithmetischer Mittelwert
- Gleichrichtwert
- Effektivwert
- Formfaktor
- Scheitelfaktor